**Activité 1 : Eclairage d’une scène**

Le rectangle OABC représente la scène d'un théâtre vue de dessus.

Les dimensions de la scène sont les suivantes :OA = 15 m ; AB = 10 m.

Au point O, on place un projecteur permettant d'éclairer la zone OJBI.

Les consignes du metteur en scène sont les suivantes :

J est le milieu du segment [BC] , I est le milieu du segment [AB].



**Comment calculer l'angle** $\hat{IOJ}$ **du projecteur pour respecter les consignes du spectacle ?**

1. Donner les coordonnées des points O, I et J.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{OI}$ et $\vec{OJ}$ .
3. A l'aide de Geogebra :

a. placer les points O,I et J.

b. construire les vecteurs $\vec{OI}$ et $\vec{OJ}$.

c. on définit le produit scalaire de 2 vecteurs comme la multiplication de 2 vecteurs.

Calculer le produit scalaire p = OI.OJ en écrivant dans la barre de saisie :

**« p = vecteur[O,I]\*vecteur[O,J] »**

p =

1. A l'aide de l'outil « distance ou longueur », donner les normes des vecteurs $\vec{OI}$ et $\vec{OJ}$.

OI = OJ =

1. A l'aide de l'outil « angle », mesurer l'angle $\hat{IOJ}$.

$\hat{IOJ}$ =

1. Calculer OI.OJ.cos($\hat{IOJ}$). Que remarquez-vous ?

1. Après réflexion, le metteur en scène modifie ses consignes : il souhaite que le point J se trouve à 5 m du point C, la position du point I étant inchangée.

Calculer l'angle $\hat{IOJ}$ du projecteur.

**Activité 2 : Calcul du produit scalaire de 2 vecteurs à partir de leurs normes**



1. Donner les coordonnées des points A, B, C et D.
2. On nomme $\vec{u}$ le vecteur $\vec{AB}$. On nomme $\vec{v}$ le vecteur $\vec{CD}$.

Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ + $\vec{v}.$
2. Calculer les normes des vecteurs $\vec{u}$ , $\vec{v}$ et $\vec{u}$ + $\vec{v}.$
3. Calculer le produit scalaire $\vec{u}$.$\vec{v}$, à l'aide de la relation suivante :

 $\vec{u}$.$\vec{v}$ = = $\frac{1}{2}$ $×\left(\left‖\vec{u}+\vec{v}\right‖^{2}- \left‖\vec{u}\right‖^{2}- \left‖\vec{v}\right‖^{2}\right)$

**Activité 3 : Calcul du produit scalaire de 2 vecteurs à partir de leurs coordonnées**

Soient les points A(2;7), B(4;1), C(5;2) et D(-1;6).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ =$\vec{AB}$ et $\vec{v}$ = $\vec{CD}$.
2. Calculer $\vec{u}$.$\vec{v} $à l'aide de la relation $\vec{u}$*.*$\vec{v}$

**SYNTHESE**

**Le produit scalaire de 2 vecteurs** $\vec{u}$**(*x,y*) et** $\vec{v}$**(*x’,y’*) se note**$ \vec{u}$**.**$\vec{v}$ **.**

**Il peut se calculer de 3 manières différentes :**

* $\vec{u}$**.**$\vec{v}$ **=** $\left‖\vec{u}\right‖× \left‖\vec{v}\right‖× $**cos(**$\hat{\vec{u},\vec{v}}$**)**
* $\vec{u}$**.**$\vec{v}$ **=** $\frac{1}{2}$$×\left(\left‖\vec{u}+\vec{v}\right‖^{2}- \left‖\vec{u}\right‖^{2}- \left‖\vec{v}\right‖^{2}\right)$
* $\vec{u}$**.**$\vec{v}$ **=** $xx^{'}+yy^{'}$

**2 vecteurs** $\vec{u}$ **et** $\vec{v}$ **sont orthogonaux si** $\vec{ u}$**.**$\vec{v}$ **= 0 .**

Exercice 1 :

On étudie le cube représenté ci-dessous dans le repère Ox Oy Oz.



1. Donner les coordonnées des sommets du cube.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ = $\vec{AB}$ , $\vec{v}$= $\vec{AC}$ et $\vec{w}$ = $\vec{BH}$.
3. Calculer les produits scalaires $\vec{u}$.$\vec{v}$, $\vec{u}$.$\vec{w}$ et $\vec{v}$.$\vec{w}$.

Exercice 2 :

Soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ représentés ci-dessous à partir des points O, I et J.



Calculer l’angle $\hat{IOJ}$.