

<p><u>Objectif :</u></p> <p>Définir le produit scalaire de deux vecteurs puis l'utiliser pour déterminer des angles</p>	<p><u>Durée totale prévisionnelle :</u></p> <p>Deux séances d'une heure.</p>
<p><u>Capacités :</u></p> <p>Utiliser les trois expressions du produit scalaire de deux vecteurs pour déterminer des longueurs et des angles.</p>	<p><u>Prérequis :</u></p> <p>Dans l'espace muni d'un repère orthonormal :</p> <ul style="list-style-type: none">• Coordonnées cartésiennes d'un point• Coordonnées d'un vecteur• Normes d'un vecteur

LA SITUATION PROBLÈME :

Par souci d'économie d'énergie, et de pénétration dans l'air d'une voiture, les concepteurs s'imposent la contrainte suivante : « **la mesure de l'angle « capot/pare-brise » doit être supérieur à 150°** ».

Parmi les deux voitures proposées (la Porsche et la Lada 4x4) quelle est celle qui respecte la contrainte citée ci-dessus ?

Outil disponible : Logiciel Géogébra



Comment vérifier le bon aérodynamisme d'une voiture ?

Dans le souci de réduire les pertes aérodynamiques, les concepteurs automobiles s'imposent une contrainte : **la mesure de l'angle « capot/pare-brise » doit être supérieur à 150°.**

A l'aide de géogébra, vous allez déterminer si les voitures proposées respectent cette contrainte.

Activité d'approche :

I. Étude de la Porsche 911.



- 1) Ouvrir le fichier Aerodynamisme_Porsche911.ggb. Placer 2 points (qu'on pourra noter A et B) permettant la lecture d'une mesure de l'angle « capot-pare-brise ».

Nous aimerions trouver un moyen mathématique qui permettrait de calculer une mesure de cet angle pour votre voiture.

- 2) a. Quels sont les vecteurs qui permettent la lecture de la mesure de l'angle (pare-brise ; capot) ?
 b. Représentez les sur géogébra.
 c. Placer le point S tel que $\vec{OS} = \vec{OA} + \vec{OB}$

- 3) Relever les coordonnées des vecteurs \vec{OA} , \vec{OB} et \vec{OS} puis compléter le tableau ci-dessous :

Vecteurs	Abscisses	Ordonnées	Normes	Normes au carré
$\vec{U}(x; y)$	x (à 0,01 près)	y (à 0,01 près)	$\ \vec{U}\ = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\ \vec{U}\ ^2$
\vec{OA}			$\ \vec{OA}\ = OA = \dots\dots\dots$	$OA^2 = \dots\dots\dots$
\vec{OB}			$\ \vec{OB}\ = OB = \dots\dots\dots$	$OB^2 = \dots\dots\dots$
$\vec{OA} + \vec{OB}$			$\ \vec{OA} + \vec{OB}\ = OS = \dots\dots\dots$	$OS^2 = \dots\dots\dots$

4) Calculer la valeur de l'expression $\frac{1}{2}(\|\vec{OA} + \vec{OB}\|^2 - \|\vec{OB}\|^2 - \|\vec{OA}\|^2)$ (Donnée à 0,1 près)

.....
.....

5) Sachant que l'angle $(\vec{OA}; \vec{OB})$ est égal à $158,28^\circ$, calculer la valeur de l'expression :

$$\|\vec{OA}\| * \|\vec{OB}\| * \cos(\vec{OA}; \vec{OB}) \quad (\text{à } 0,1 \text{ près}). \text{ Que remarquez-vous ?}$$

.....
.....
.....

A retenir :

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{1}{2}(\|\vec{OA} + \vec{OB}\|^2 - \|\vec{OB}\|^2 - \|\vec{OA}\|^2)$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \|\vec{OA}\| * \|\vec{OB}\| * \cos(\vec{OA}; \vec{OB})$$

Conclusion :

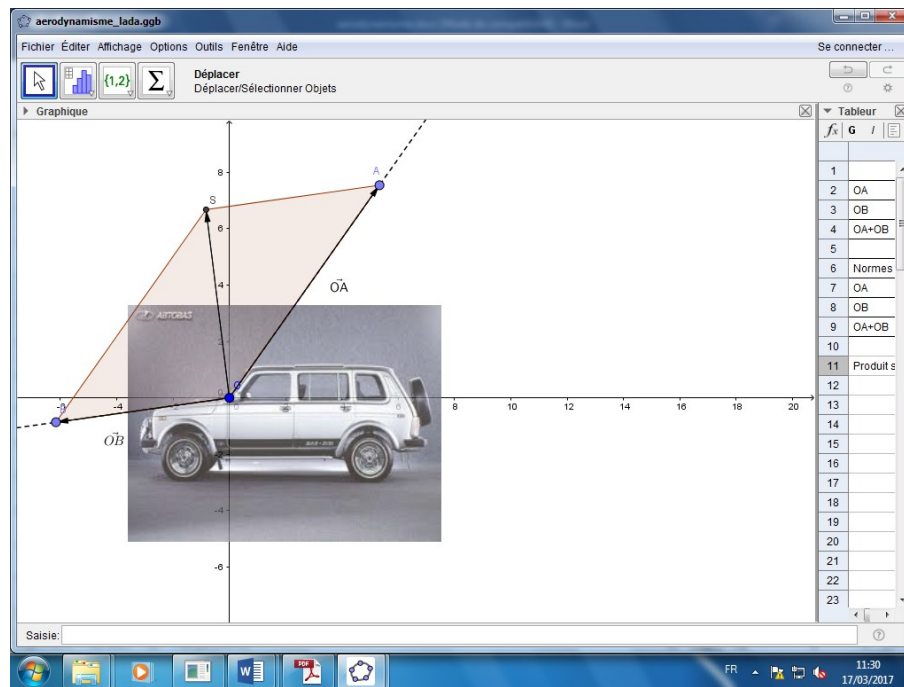
$$\cos(\vec{OA}; \vec{OB}) = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{\|\vec{OA}\| * \|\vec{OB}\|}$$

Nous avons alors défini l'outil « **produit scalaire** », en l'utilisant, déterminer si l'autre véhicule proposé peut être considéré comme aérodynamique.

II. Étude de l'aérodynamisme de la Lada 4 x 4.



- 1) On aimerait utiliser la formule précédente afin de déterminer l'angle pare-brise-capot d'une Lada. Ouvrir le fichier « Aerodynamisme_Lada.ggb »



- 2) Compléter le tableau ci-dessous à l'aide du tableur géogébra : (on pourra choisir une position pour A et B en les déplaçant).

Vecteurs	Abscisses	Ordonnées	Normes	Normes au carré
$\vec{U}(x; y)$	x	y	$\ \vec{U}\ $	$\ \vec{U}\ ^2$
\vec{OA}				
\vec{OB}				
$\vec{OA} + \vec{OB}$				

3) En utilisant la première définition, calculer le produit scalaire $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$.

.....
.....
.....

4) En déduire la valeur de $\cos(\vec{OA}; \vec{OB})$, puis la valeur de l'angle $(\vec{OA}; \vec{OB})$.

.....
.....
.....

5) Que pouvez-vous conclure sur l'aérodynamisme de la Lada 4 x 4 ?

.....
.....
.....

III. Étude de l'aérodynamisme d'une voiture que vous désirez acheter.

Prenez une photo de la voiture (vue de profil). Etudier l'aérodynamisme de ce véhicule.