

## Mathématiques

### Compétences liées à la spécialité :

#### C 2.2. : Choisir des outils et des paramètres de coupe

<p>Tout ou partie des données suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Les données de définition d'un produit ou d'une famille de produits.</li> <li>– Les données opératoires.</li> <li>– Le cahier des charges de production.</li> <li>– Les moyens disponibles.</li> <li>– La documentation technique relative au moyen de fabrication, aux outils et aux outillages, au matériau, à la coupe et à la sécurité (manuscrite, informatique, télématique).</li> </ul>	<p><b>Choisir et désigner</b> le ou les outils et l'ensemble des éléments constitutifs de la liaison outil / moyen de fabrication.</p> <p><b>Choisir, désigner et justifier</b> les caractéristiques techniques, géométriques et dimensionnelles de la partie active de l'outil :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- matériau ou nuance ;</li> <li>- géométrie des plaquettes ;</li> <li>- dimension, précision.</li> </ul> <p><b>Choisir</b> les paramètres de coupe :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vitesse de coupe et fréquence de rotation ;</li> <li>- vitesse d'avance ;</li> <li>- lubrification.</li> </ul>	<p>Compatibilité des choix, des décisions et des justifications par rapport aux données et aux contraintes..</p>
---	---	--

### Compétences liées aux Mathématiques :

#### Extrait du programme de première bac pro (Groupement A et B) :

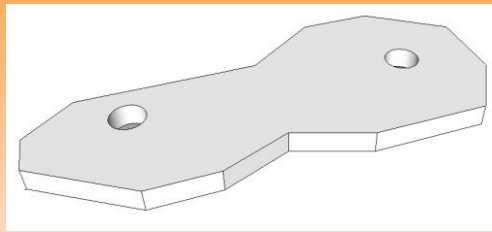
Capacités	Connaissances	Commentaires
<p>Lire sur un graphique les coordonnées d'un vecteur.</p> <p>Représenter, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, un vecteur dont les coordonnées sont données.</p> <p>Calculer les coordonnées d'un vecteur connaissant les coordonnées des extrémités de l'un quelconque de ses représentants.</p>	<p>Coordonnées d'un vecteur dans le plan muni d'un repère.</p>	<p>Ces différents éléments permettent d'identifier des figures usuelles construites à partir de points repérés dans un plan rapporté à un repère.</p>

<p>Calculer la norme d'un vecteur dans le plan rapporté à un repère orthonormal.</p>	<p>Norme d'un vecteur dans le plan rapporté à un repère orthonormal.</p>	
--	--	--

Capacités	Connaissances	Commentaires
<p>Sur un intervalle donné, étudier les variations et représenter graphiquement les fonctions de référence <math>x \mapsto \frac{1}{x}</math>, <math>x \mapsto \sqrt{x}</math> et <math>x \mapsto x^3</math>.</p>	<p>Sens de variation et représentation graphique sur un intervalle donné des fonctions de référence</p> <p><math>x \mapsto \frac{1}{x}</math>, <math>x \mapsto \sqrt{x}</math> et <math>x \mapsto x^3</math>.</p>	<p>Traduire par des inégalités la croissance ou la décroissance de ces fonctions sur les intervalles envisagés.</p>
<p>Construire et exploiter, avec les TIC, sur un intervalle <math>I</math> donné, la représentation graphique des fonctions de la forme <math>f+g</math> et <math>kf</math>, <math>k</math> étant un réel non nul, à partir d'une représentation graphique de la fonction <math>f</math> et de la fonction <math>g</math>.</p>	<p>Processus de construction de la représentation graphique des fonctions de la forme <math>f+g</math> et <math>kf</math>, <math>k</math> étant un réel non nul, à partir d'une représentation graphique de la fonction <math>f</math> et de la fonction <math>g</math>.</p>	

## Situation problème

Voici la pièce d'une armoire à réaliser :



La réalisation de cet objet se fait par **usinage par enlèvement de matière**, un procédé de fabrication de pièce mécanique.

**Le principe est d'enlever de la matière** de façon à donner à la pièce brute la forme et les dimensions voulues, à l'aide d'une machine-outil. Par cette technique, on obtient des pièces d'une grande précision.

**Quelles sont les étapes à suivre pour usiner cette pièce ?**

## Objectifs/ Capacités

- ✓ Déterminer le déplacement d'un outil **par calcul vectoriel**.
- ✓ **À l'aide d'un logiciel**, construction d'un abaque permettant de définir les paramètres de coupe (Fréquence de rotation, diamètre de l'outil et vitesse de coupe).
- ✓ Lecture et exploitation d'un abaque.

Dans la suite du sujet, évaluation du niveau de maîtrise de la compétence :

- **Acquis**
- **Presque acquis**
- **Non acquis**

## Première partie : Programmation de la trajectoire de coupe.

Avant de démarrer l'étude, lire les documents en annexe 1.

1. Expliquer en quelques lignes la démarche à suivre pour programmer les contours de la pièce dans la machine-outil :

.....

.....

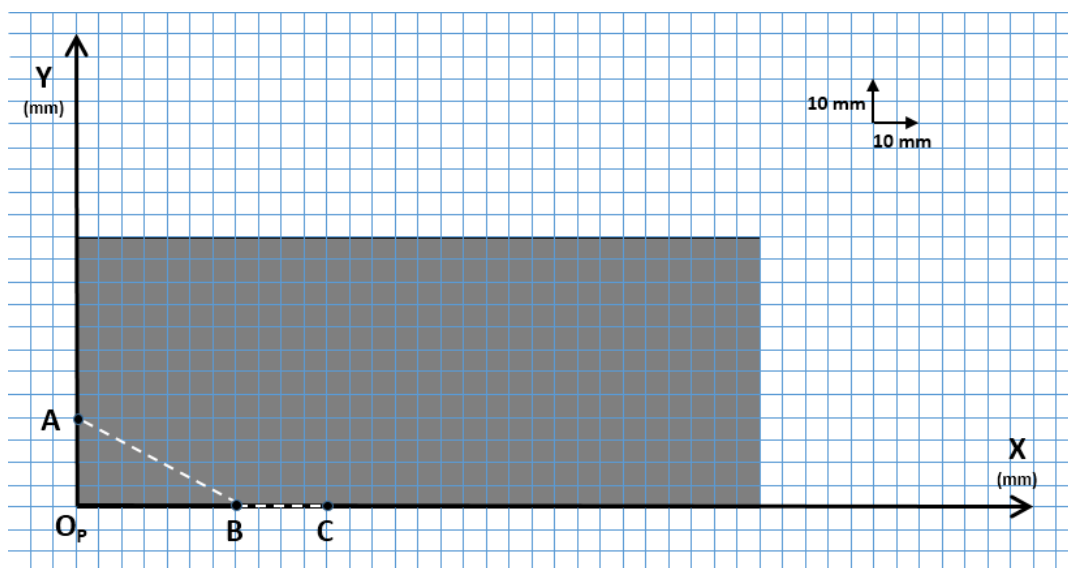
.....

.....

.....

.....

Voici le repère avec la pièce brute à usiner :



2. En vous aidant du document 1 en annexe 2, placer les points (de A à Q) permettant de tracer les contours de la pièce. Relier-les par des traits pointillés.
3. Donner les coordonnées de chaque point dans le repère:

Point	Coordonnées (X ; Y)	Point	Coordonnées (X ; Y)
A	(0 ; 20)	H	
B	(35 ; 0)	I	
C		J	
D		K	
E		L	
F		M	
G			



S'approprier

A  
P  
N

Communiquer



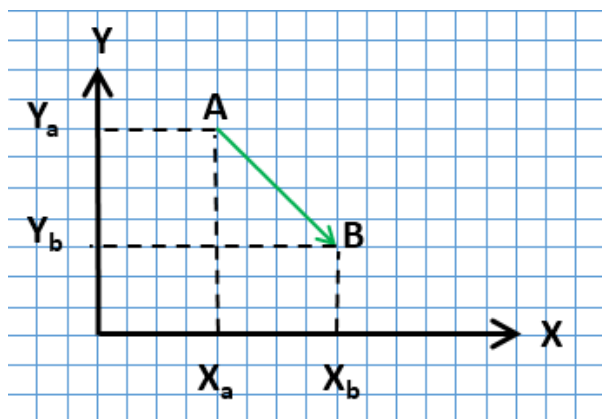
Analyser, raisonner

A  
P  
N

4. Nommer, dans l'ordre, les vecteurs que devra suivre la machine-outil afin de créer la pièce.

## Point cours :

### Comment calculer les coordonnées d'un vecteur à partir de deux points ?



Soit le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  caractérisé par les points A ( $X_a$  ;  $Y_a$ ) et B ( $X_b$  ;  $Y_b$ ).

Pour calculer les coordonnées du vecteur à partir des points, on utilise :

$$\begin{cases} X = X_b - X_a \\ Y = Y_b - Y_a \end{cases}$$

5. Calculer les coordonnées (X ; Y) de chaque vecteur :

Vecteurs	Calcul des coordonnées	(X ; Y)	Vecteurs	Calcul des coordonnées	(X ; Y)
$\overrightarrow{AB}$	$X_b - X_a = 35 - 0 = 35$ $Y_b - Y_a = 0 - 20 = -20$	(35 ; -20)	...		
$\overrightarrow{BC}$	$X_c - X_b = \dots\dots\dots$ $Y_c - Y_b = \dots\dots\dots$		...		
...			...		
...			...		
...			...		
...			$\overrightarrow{LM}$		
...			$\overrightarrow{MA}$		



Réaliser

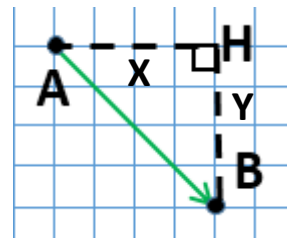


Ces coordonnées de vecteur permettent de déterminer la trajectoire et le sens de déplacement de la machine-outil.

Ensuite, le logiciel calcule la norme du vecteur afin d'évaluer la distance qui devra être parcourue par la fraiseuse.

Sur la portion AB, on ajoute le point H comme le montre la figure ci-contre.

Dans cette figure, on a : **AH=X** et **HB=Y**.



6. Quelle figure géométrique est AHB ?

7. Quel théorème peut-on y appliquer ?

8. En déduire par le calcul la longueur AB.

On peut calculer la longueur de chaque portion en utilisant la formule suivante :

$$\text{longueur} = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

9. Compléter le tableau suivant en utilisant la formule et les coordonnées trouvées de chaque vecteur : **Arrondir les valeurs au dixième.**

Vecteurs	Longueur	Vecteurs	Longueur
$\overrightarrow{AB}$	$AB = \sqrt{35^2 + (-20)^2} \approx 40,3$	...	
$\overrightarrow{BC}$		...	
...		...	
...		...	
...		...	
...		...	
...		$\overrightarrow{LM}$	
...		$\overrightarrow{MA}$	

10. En déduire la valeur du périmètre de la pièce usinée.



Analyser, raisonner



Réaliser



## Deuxième partie : Construction d'un abaque.

Lors d'un fraisage, il est important de fixer ce que l'on appelle **les paramètres de coupe qui sont regroupés dans un abaque**.

Nous nous intéresserons à la vitesse de coupe  $V_c$  (annexe 2), la fréquence de rotation  $N$  et le diamètre  $D$  de l'outil.

En sciences, toutes ces grandeurs sont reliées par la formule suivante :

$$V_c = \pi D N$$

**$V_c$**  : Vitesse de coupe en m/s.

**D** : Diamètre en m.

**N** : Fréquence de rotation en tr/s.

### 11. Pourquoi la détermination de la vitesse de coupe est importante ?

.....

.....

.....

En atelier, la fréquence de rotation s'exprime en tr/min et le diamètre en mm, on le notera **d**.

**12.** Effectuer la conversion d'unité suivante et exprimer **D** en fonction de **d** :

$1 \text{ mm} = \dots\dots\dots \text{ m}$

**13.** Donner la relation  $V_c = \pi D N$  en fonction de  $\mathbf{d}$  :

$V_C =$  .....

14. Transformer cette nouvelle relation pour obtenir la fréquence de rotation N en fonction de la vitesse de coupe :

N = .....

### Instruction pour la construction de l'abaque.

La relation qui donne la vitesse de rotation  $N$  en fonction du diamètre  $d$  (en mm) variant de 20 à 120 mm et de la vitesse de coupe  $V_c$  (en m/min) est  $N = \dots\dots\dots$

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[20 ; 120]$  par  $f(x) = \frac{1000 \times V_c}{\pi \times x}$  qui modélise cette fréquence.

**Nous tracerons la représentation graphique de cette fonction à l'aide du logiciel Geogebra.**

On prendra : en abscisse : 1 unité correspond à 50 mm  
en ordonnée : 1 unité correspond à 500 tr/min

**N.B :** La fréquence est donnée en fonction de 2 paramètres. On obtiendra donc une famille de courbes.

On fera intervenir le paramètre « Vitesse de coupe  $V_C$  » à l'aide d'un curseur variable.

# EGLS Mathématiques

On fera intervenir le fait que la vitesse de coupe  $V_c$  dépend de l'outil utilisé comme dans l'abaque de l'atelier :

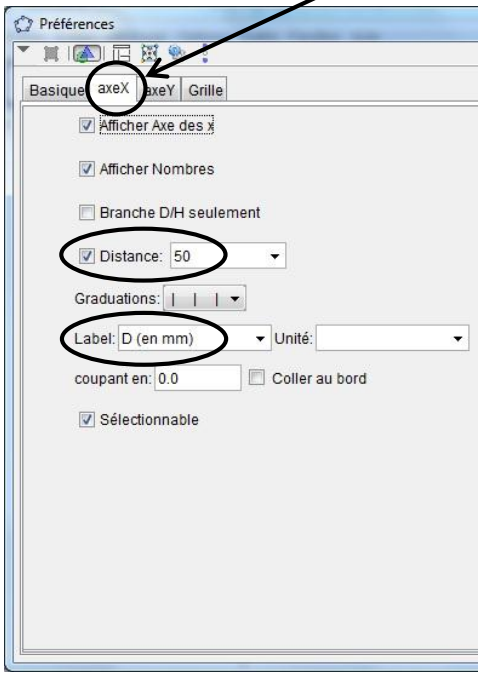
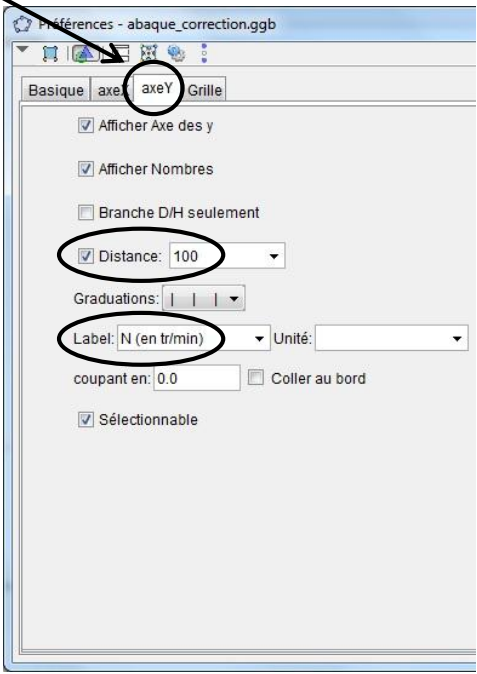


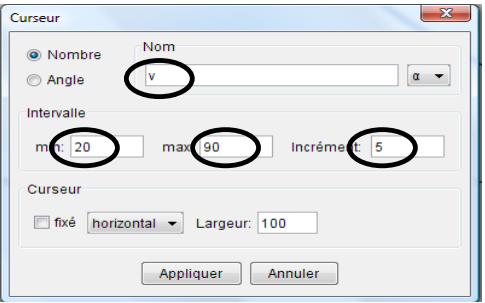
- ✓ « Porte-outil à fixation mécanique  $V_c = 40$  à  $50$  m/min »
- ✓ « Outil monobloc et outil à pastille brasées en acier rapide  $V_c = 50$  à  $60$  m/min »
- ✓ « Outil à pastilles brasées en carbure de tungstène  $V_c = 60$  à  $75$  m/min »

Ouvrir le logiciel Geogebra



Réaliser



Tâches	Comment faire ?
<p>Réglage de l'échelle sur les axes</p>	<p>Mettre le curseur sur les axes, puis clic droit Sélectionner « propriétés ». Régler les paramètres de l'axe X, puis de l'axe Y.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Cliquer sur  pour positionner l'origine des axes en bas à gauche de la feuille de travail. Agir avec la molette de la souris si besoin de zoomer. (ou alors « Ctrl + » et « Ctrl - »).</p>
<p><b>Création d'un curseur</b> (Il permettra de faire varier la vitesse de coupe <math>V_c</math> de 20 à 90 m/min)</p>	<p>Cliquer sur  puis « clic gauche » pour créer le curseur que l'on nomme "v"</p> 
<p>Tracé de la fonction</p>	<p>Dans la zone de "saisie", taper l'expression de la fonction : où x est le diamètre D et f(x) est la vitesse de rotation N. Puis taper sur « Entrée ».</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>Saisie: fonction[1000√(π*x),20,120]</p> </div>


## Création d'un point sur la courbe pour lire les différents paramètres de coupe

Cliquer sur  puis créer un point A sur l'axe des abscisses

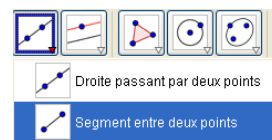
Dans la zone de saisie :

Créer le point B de coordonnées  $(x(A), f(x(A)))$

Créer le point C de coordonnées  $(0, y(B))$

 Saisie:  $B=(x(A), f(x(A)))$

Créer les segments [AB] puis [BC]

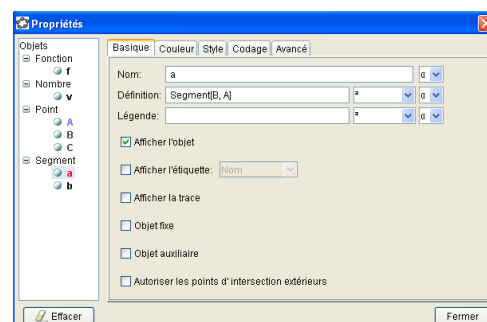


Faire un clic droit sur [AB] sélectionner "Propriétés"

Décocher "Afficher l'étiquette"

Changer la couleur

Sélectionner l'onglet "Style", mettre le segment en pointillé



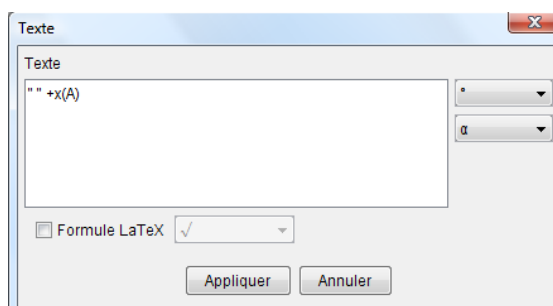
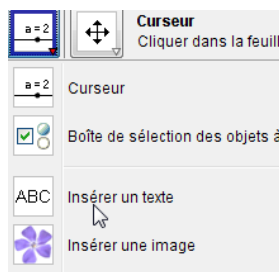
Sans fermer "Propriétés", faire de même avec le segment [AC].

## Affichage des coordonnées de ce point

### Lecture du diamètre D

On fait afficher l'abscisse du point A qui correspond au diamètre.

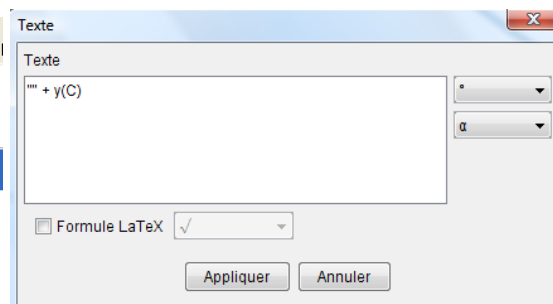
Cliquer sur



### Lecture de la vitesse de rotation N

On fait afficher l'ordonnée du point C qui correspond à la vitesse de rotation.

Cliquer sur



Cliquer sur le texte créé puis « clic droit » sélectionner « Propriétés »

Changer la couleur


Sélectionner l'onglet « Position » et indiquer l'endroit où l'on veut que le texte s'affiche

Ici : le point A pour le texte 1

le point C pour le texte 2



# EGLS Mathématiques

<p><b>Affichage de courbes de différentes couleurs en fonctions des outils utilisés et de leur vitesse de coupe</b></p>	<p>Taper dans la zone de saisie les conditions suivantes</p> <p><i>Geogebra crée 2 autres fonctions g et h ayant la même expression que f.</i></p> <p>Mettre les 3 fonctions de couleurs différentes.</p> <p><b>Afficher la légende selon les outils utilisés avec</b></p> <p>« Porte-outil à fixation mécanique <math>V_c = 40</math> à <math>50</math> m/min »          « Outil monobloc et outil à pastille brasées en acier rapide <math>V_c = 50</math> à <math>60</math> m/min »          « Outil à pastilles brasées en carbure de tungstène <math>V_c = 60</math> à <math>75</math> m/min »</p> <p>Associer les couleurs de texte aux couleurs des courbes correspondantes</p>
<p><b>Afficher la trace de la fonction selon les valeurs de la vitesse de coupe</b></p>	<p>Faire un « clic droit » sur les différentes fonctions puis activer</p> <p>Cliquer sur  puis faire varier le curseur v</p>
<p><b>Enregistrer le travail</b></p>	

## Troisième partie : Détermination des paramètres de coupe en fraisage.

Dans cette partie, nous allons utiliser l'abaque fait dans la partie précédente.

15. Comment évolue la fréquence de rotation quand le diamètre D augmente ?

.....

.....

.....

16. Compléter le tableau suivant en faisant varier le curseur (vitesse de coupe) et la fréquence de rotation N (Pour le cas 4 préciser une plage d'utilisation):

	Vitesse de rotation (en tr/min)	Diamètre (en mm)	Vitesse de coupe (en m/s)	Outil utilisé
1	891,2	25		
2	700,7		56	
3		100	50	
4		50		Outil monobloc
5	200,9	63,38		
6		75	65	

17. La pièce à usiner est en Alliages d'aluminium durs sans silicium. En utilisant la documentation en annexe, déterminer la vitesse de coupe si on utilise un outil en carbure (0,05 à 0,2). **Convertir en m/s.**

.....

.....

.....

18. En modifiant l'abaque, déterminer la fréquence de rotation de l'outil pour un diamètre D= 96 mm.

.....

.....

.....

19. Le technicien d'usinage se rend compte que le diamètre de l'outil est trop grand pour certaines parties de la pièce. Il décide de modifier les réglages de l'appareil pour usiner ces zones.

Avec le même outil en carbure (0,05 à 0,2), il utilise un diamètre de D= 10 mm et une fréquence de rotation N= 2500 tr/min. Avec la formule  $V_c = \pi D N$ , dire si la vitesse de coupe  $V_c$  est bien adaptée pour ce fraisage.

.....

.....

.....

.....



S'approprier



Réaliser

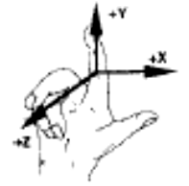


## ANNEXE I

Pour usiner, l'outil doit se déplacer par rapport à la pièce. C'est la machine qui se charge d'assurer la bonne coordination entre les vitesses et les trajectoires de l'outil et de la pièce.

Tout mouvement d'un élément d'une machine-outil (MO) s'inscrit dans un repère orthonormé à trois dimensions.

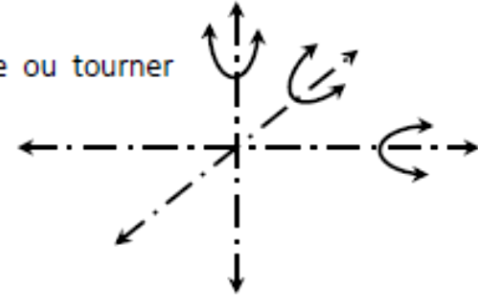
Il est simple d'utiliser la règle des trois doigts de la main droite



En fraisage l'outil tourne autour d'un axe et la pièce se déplace.

Sur certaine machine les deux peuvent se déplacer sur un axe ou tourner autour d'un autre axe.

Les trois axes de l'espace sont appelés couramment : X, Y et Z.



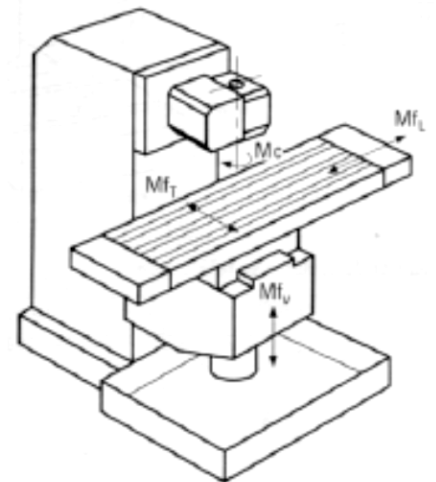
On distingue 2 types de mouvement :

### 1. Le mouvement de coupe

Il permet à l'outil de couper la pièce dans la zone de contact outil / pièce. Il est noté **Mc**.

En fraisage, c'est l'outil qui est animée du mouvement de coupe. **C'est généralement une rotation.**

La vitesse associée à Mc est la **vitesse de coupe**, notée **Vc**. Vc est généralement grand.



### 2. Le mouvement d'avance

Il permet à l'outil de se déplacer le long de la pièce. Il est noté **Mf**.

En fraisage, c'est la pièce qui est animée du mouvement d'avance. **Le mouvement d'avance est généralement une translation.**

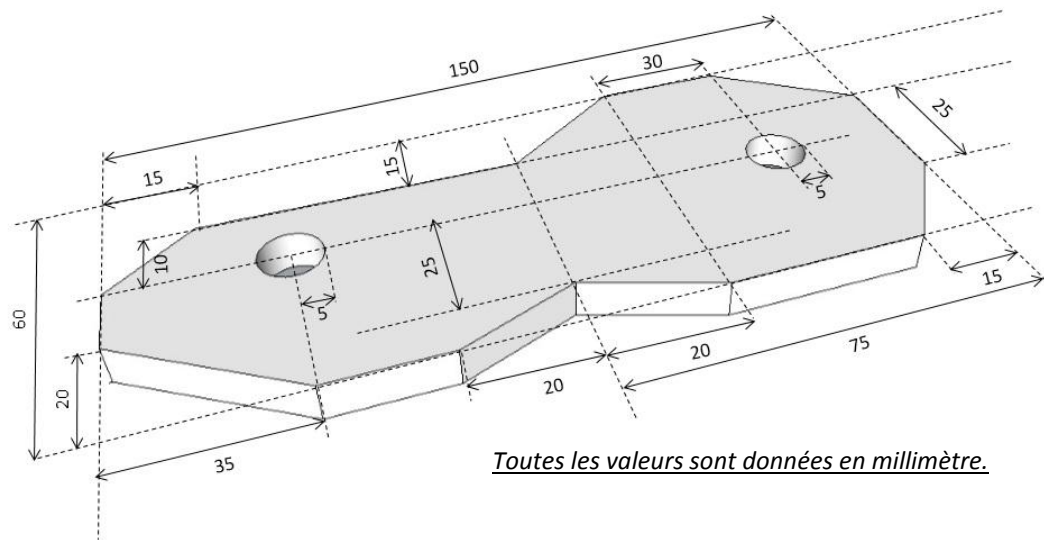
La vitesse associée à Mf est la vitesse d'avance, notée **Vf**. Vf est généralement beaucoup plus petit que Vc.

Source : Ressources usinage par enlèvement de matière - Eduscol

L'usinage de la pièce se fait grâce à une machine-outil commandée par un programme, dans lequel il est nécessaire de préciser **l'origine du repère  $O_P$**  qui permettra de calculer les coordonnées des points.

À partir de ces points, le programme pourra **établir les trajectoires rectilignes** que suivra l'outil de fraisage. Ces mouvements de **translation** seront déterminés par **des vecteurs** dont il faudra en calculer les coordonnées.

## ANNEXE 2



Document 1 : Dimension de la pièce à usiner.

C'est la **vitesse de coupe ( $V_c$ )** de l'outil par rapport à la pièce. Elle s'exprime en mètre par minute (m/min).

Les facteurs influant :

- Les qualités de la matière à usiner c'est-à-dire la nature de la pièce à usiner (matière, forme, ...)
- Les qualités de coupe de l'outil c'est-à-dire la nature de la partie de l'outil tranchante
- La lubrification,
- La machine utilisée,
- La durée de vie souhaitée pour l'outil.

Le choix du paramètre de la vitesse de coupe est important dans une production car:

- plus elle est faible, plus le temps d'usinage est important.
- si elle est trop importante, il y a augmentation de la quantité de chaleur résultante de la coupe, diminuant ainsi la dureté de la pointe de l'outil et celui-ci s'use.

**Le choix judicieux d'une vitesse de coupe est donc un compromis entre la rapidité de production et la durée de vie de l'outil.**

Document 2 : Paramètre d'usinage, la vitesse de coupe. (Source : Eduscol)

Matériaux à usiner	Fraisage				Fraisage filetage
	Acier Rapide		Carbure		Carbure
Avance $f$ en mm/dent/tour	0.03 à 0.1	0.1 à 0.2	0.05 à 0.2	0.2 à 0.3	$f$ = pas du filet
Acier Non Allié	50	40	140	120	150
Acier Faiblement Allié	30	25	100	80	130
Acier Fortement Allié	20	15	80	70	100
Acier Moulé Faiblement Allié	25	20	90	80	120
Acier inoxydable	20	15	100	90	150
Fonte lamellaire (EN-GJL...)	35	30	100	90	120
Fonte Modulaire (EN-GJM...)	30	25	80	70	100
Fonte Sphéroïdale (EN-GJS...)	40	35	100	90	120
Alliages d'aluminium de faible dureté sans silicium (AW 2030 ...)	250	200	500	400	300
Alliages d'aluminium durs sans silicium ou %Si moyen (AW2017, AW 6060 ...)	120	80	300	200	250
Alliages d'aluminium à haute teneur en silicium > 12%	80	40	120	80	100
Vitesse de coupe $V_c$ en m/min					