



**MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

OUTIL DE POSITIONNEMENT

Mesurer à mi-parcours les progrès des élèves en mathématiques

SECONDE VOIE PROFESSIONNELLE

Expressions algébriques

Calculatrice autorisée

Temps estimé : 20 minutes

1/ On considère l'expression $E = a^2 - 10a + 25$. Quelle est la valeur de E lorsque $a = 4$?

- ☐ **49**
- ☐ **-7**
- ☐ **-63**
- ☐ **1**

Sous domaine : traduire un problème par une expression

Compétence : calculer

Type de tâche : flash

Réponse attendue : 1

Analyse des distracteurs :

- 49 : l'élève substitue correctement dans les monômes, l'erreur se trouvant dans le calcul de différence.
- -7 : l'élève calcule $2a$ en place de a^2 .
- -63 : l'élève n'identifie pas le produit dans l'expression $10a$ et utilise le nombre 104 dans ses calculs.

2/ Si l'on réduit l'expression $2n^2 + 3n^2 + 4n + 5$ alors on obtient :

- ☐ **$14n^2$**
- ☐ **$5n^2 + 4n + 5$**
- ☐ **$9n^2 + 5$**
- ☐ **$28n$**

Sous domaine : transformer des expressions algébriques pour démontrer

Compétence : calculer

Type de tâche : flash

Réponse attendue : $5n^2 + 4n + 5$

Analyse des distracteurs :

- $14n^2$: l'élève additionne tous les coefficients ($2 + 3 + 4 + 5$) en gardant le n^2 (de plus haut degré).
- $9n^2 + 5$: l'élève réduit $2n^2 + 3n^2 + 4n$ en calculant $(2 + 3 + 4) n^2$ et conserve le terme constant.
- $28n$: l'élève réduit l'expression $14n^2$ (obtenu comme ci-dessus) en confondant $14n^2$ et $14 \times 2 \times n$.

3/ Voici quatre propositions pour résoudre l'équation :

$$-2x = 1$$

Choisir, parmi les propositions, l'explication qui convient le mieux :

- proposition 1 : pour obtenir la solution, j'ajoute 2 aux deux membres de l'égalité ;
- proposition 2 : pour obtenir la solution, je divise les deux membres de l'égalité par -2 ;
- proposition 3 : pour obtenir la solution, je divise les deux membres de l'égalité par +2 ;
- proposition 4 : pour obtenir la solution, je multiplie les deux membres de l'égalité par -2.

Sous domaine : transformer des expressions algébriques pour démontrer

Compétence : raisonner

Type de tâche : flash

Réponse attendue : proposition 2 : pour obtenir la solution, je divise les deux membres de l'égalité par -2.

Analyse des distracteurs :

l'élève ne sait pas qu'on multiplie les deux côtés d'une égalité par un même nombre non nul pour obtenir une égalité équivalente à la première (ou qu'on ajoute le même nombre...).

- Proposition 1 : il ajoute l'opposé induit par l'écriture $-2x$ au lieu de multiplier par l'inverse de -2.
- Proposition 3 : il divise le membre de droite par l'opposé de -2. Il confond deux propriétés.
- Proposition 4 : il multiplie au lieu de diviser le membre de droite par -2.

4/ La somme de deux nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.

Cocher la réponse exacte :

- **Vrai, car quand j'ajoute 4 et 5 j'obtiens 9.**
- **Vrai car $x + x + 1 = 3x$**
- **Faux, car $2 + 3 = 5$**
- **Faux, car il n'y a que deux nombres.**

Sous domaine : traduire un problème par une expression algébrique

Compétence : chercher

Type de tâche : flash

Réponse attendue : faux, car $2 + 3 = 5$

Analyse des distracteurs :

- réponse 1 : l'élève déduit une règle générale d'un exemple unique ;
- réponse 2 : l'élève utilise l'expression algébrique de deux nombres entiers consécutifs et réduit avec une erreur ;
- réponse 4 : l'élève utilise un raisonnement incorrect, peut-être sous l'influence de la proposition correcte « La somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3 ».

5/ Laquelle de ces 4 formules est une somme ?

- L est la longueur d'un pavé, l sa largeur et h sa hauteur. L'aire totale de ses faces est égale à $2 \times (L \times l + L \times h + l \times h)$
- r est le rayon d'un disque. Son aire est égale à $\pi \times r^2$
- L est la longueur d'un rectangle et l sa largeur. Son périmètre est égal à $2 \times L + 2 \times l$
- B est la grande base et b la petite base d'un trapèze, h est sa hauteur. Son aire est égale à $(B + b) \times h/2$

Sous domaine : traduire un problème par une expression algébrique

Compétence : représenter

Type de tâche : flash

Réponse attendue : L est la longueur d'un rectangle et l sa largeur. Son périmètre est égal à $2 \times L + 2 \times l$

Analyse des distracteurs :

- réponse 1 : l'élève n'identifie pas l'expression comme étant le produit d'un nombre par une somme. La présence de sommes dans un des facteurs du produit peut entraîner le choix de cette réponse par l'élève ;
- réponse 2 : confusion entre somme et produit ;
- réponse 4 : l'élève n'identifie pas l'expression comme étant un produit. La présence d'une somme dans le premier facteur du produit peut entraîner le choix de cette réponse par l'élève.

6/ Un magicien propose le calcul suivant à un public d'enfants : « Multipliez votre âge par 2 puis ajoutez 1. Multipliez ce dernier résultat par 5 ». Un enfant dit « j'ai trouvé 125 ».

Le magicien donne immédiatement l'âge de cet enfant.

Quel est cet âge ?

Sous domaine : mettre un problème en équation en vue de sa résolution.

Compétence : interpréter - calculer

Type de tâche : intermédiaire

Réponse attendue : 12 ans.

7/ Lors d'un entraînement, le coach d'une équipe de rugby demande à ses joueurs de réaliser une série de pompes, puis une seconde série en doublant le nombre de pompes effectuées. Il désire que chacun de ses joueurs ait effectué au total 60 pompes.

On note x le nombre de pompes effectuées lors de la première série.

Quelle est l'équation qui permet de déterminer le nombre de pompes de la première série ?

Cocher la réponse correcte.

- $x + 2 = 60$
- $x + x = 60$
- $x + 2x = 60$
- $x + x^2 = 60$

Sous domaine : mettre un problème en équation en vue de sa résolution

Compétence : représenter

Type de tâche : intermédiaire

Réponse attendue : $x + 2x = 60$

Analyse des distracteurs :

- $x + 2 = 60$: l'élève confond ajouter 2 avec le terme doubler.
- $x + x = 60$: l'élève omet une partie de l'énoncé.
- $x + x^2 = 60$: l'élève confond l'opération qui consiste à multiplier par 2 et mettre un nombre au carrée

8/ Pour chaque énoncé, indiquer si c'est toujours vrai, parfois vrai, ou bien si ce n'est jamais vrai.

- Lorsqu'un nombre entier est multiplié par lui-même, le nombre qui en résulte est pair.

☐ Toujours vrai ☐ Parfois vrai ☐ Jamais vrai

- Diviser par deux un nombre entier impair produit un nombre entier.

☐ Toujours vrai ☐ Parfois vrai ☐ Jamais vrai

- $3x + 1 = \frac{6x+2}{2}$

☐ Toujours vrai ☐ Parfois vrai ☐ Jamais vrai

Sous domaine : mettre un problème en équation en vue de sa résolution

Compétence : chercher - raisonner

Type de tâche : intermédiaire

Réponse attendue : 1. Parfois 2. Jamais vrai 3. Toujours vrai

9/ Parmi les expressions suivantes, laquelle correspond au développement de $(x + 2)(x + 4)$?

- $x^2 + 6x + 8$
- $x^2 + 8$
- $x^2 + 3x + 12$
- $2x + 6$

Sous domaine : transformer des expressions algébriques pour démontrer

Compétence : calculer

Type de tâche : flash

Réponse attendue : $x^2 + 6x + 8$

Analyse des distracteurs :

- $x^2 + 8$: l'élève effectue seulement le produit des premiers et seconds termes.
- $x^2 + 3x + 12$: l'élève développe correctement mais fait erreur en réduisant
- $2x + 6$: l'élève effectue la somme des deux facteurs du produit

10/ Les infirmières doivent calculer le débit D d'une perfusion en gouttes par minute.

Elles utilisent la formule $D = \frac{f \times V}{60 \times n}$ où

f est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre (mL)

V est le volume (en mL) de la perfusion

n est le nombre d'heures que doit durer la perfusion.

Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.

Décrivez avec précision la façon dont D change si n est doublé et si f et V ne changent pas.

Sous domaine : utiliser le calcul littéral pour résoudre un problème

Compétence : calculer – raisonner

Type de tâche : prise d'initiative

Réponse attendue : l'explication décrit à la fois le sens de l'effet et son amplitude.

Il est divisé par deux.

C'est la moitié.

D diminuera de 50 %.

D sera deux fois moins important.

Indicateur de réussite :

- l'élève s'engage dans une démarche de résolution en introduisant $2n$ à la place de n puis il factorise l'expression en faisant apparaître le terme $\frac{1}{2}$ et il identifie que le débit est divisé par 2 ;
- l'élève raisonne directement sur la formule donnée et repère qu'en doublant la valeur de n (qui se situe au dénominateur) le débit aura une valeur deux fois plus petite.