ACADEMIE DE GRENOBLE		
Baccalauréat Professionnel Systèmes Électroniques Numériques (S.E.N.)		
C.C.F. de Mathématiques	Durée : 2 h Coefficient : 2	Date : 22 novembre 2007

Thèmes :

- Régulation du contraste lumineux d'un téléviseur : étude d'une fonction exponentielle.
- Gain d'une antenne parabolique : calculs numériques autour de la fonction logarithme.
- Evolution des ventes des décodeurs TNT : suite géométrique.
- Bénéfice d'une entreprise fabriquant des composants électroniques : Etude graphique et analytique de fonctions polynomiales

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices alphanumériques ou à écran graphique est autorisé à condition que leur fonctionnement soit autonome (circulaire N°99-186 du 16-11-1999)

L'utilisation du formulaire de mathématiques est autorisée pendant l'épreuve.

Lycée Professionnel VAUCANSON – GRENOBLE	
Nom du professeur auteur du sujet proposé : M. CHAPPAZ	
Nom et Prénom de l'élève :	*Note :* *Note : /20*

<u>Exercice I.</u> ***Régulation automatique du contraste lumineux d'un téléviseur*** ***(8 points)***

Certains téléviseurs disposent d'une régulation automatique du contraste lumineux.
Pour cela ils doivent être équipés <u>de capteurs de « lumière d'ambiance »</u> comme des photorésistances.

On étudiera dans la suite de l'exercice une photorésistance dont la résistance R (en ohm) est donnée, en fonction de son éclairement E (en lux) par la relation : $R = 1220\, e^{-0{,}003.E}$

<u>Partie A - Calculs numériques</u>

Calculer la résistance de la photorésistance dans le cas où son éclairement est :

1) E = 150 lux. Arrondir le résultat à l'unité.
2) E = 1 000 lux. Arrondir le résultat à l'unité.

<u>Partie B - Étude de fonction</u>

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [150 ; 1 000] par : $f(x) = 1\,220\, e^{-0{,}003x}$

3) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f sur [150 ; 1 000].
4) Déterminer le signe de la fonction dérivée f' sur l'intervalle [150 ; 1 000].
5) Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [150 ; 1 000] en annexe 1 (page 4).
6) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f en annexe 1 (page 4). Arrondir chaque valeur à la dizaine.
7) Vérifier que la valeur approchée de $f'(200)$ arrondie au dixième est égale à –2.
8) En utilisant le repère de l'annexe 1 (page 4), placer le point A(200 ; 670) et utiliser le résultat de la question 7 pour tracer la tangente *T* en A à la courbe *C* représentant le fonction *f*.
9) Tracer la courbe *C* représentative de la fonction *f*.

<u>Partie C - Exploitation.</u>

10) Déterminer graphiquement la valeur de l'éclairement de la LDR pour lequel sa résistance est égale à 300 ohms. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.
11) Résoudre l'équation : $1\,220\, e^{-0{,}003x} = 300$. A quoi correspond ce résultat ?

<u>Exercice II.</u> ***Gain d'une antenne parabolique (3 points)***

Le gain, en décibel, d'une antenne parabolique peut se calculer en utilisant la formule :

$$G = 10 \log\left(0{,}5\left(\frac{\pi D f}{c}\right)^2\right)$$

où G = gain (en dB),
D = diamètre (en m),
f = fréquence d'utilisation (en Hz),
c = célérité de la lumière (en m/s) $c = 3.10^8$ m/s,

1) Calculer, en dB, le gain d'une parabole dont le diamètre est égal à 60 cm, pour une fréquence d'utilisation égale à 9.10^9 Hz. Arrondir le résultat au centième.

2) A partir de quelle fréquence peut-on utiliser une telle parabole sachant que le gain doit être supérieur ou égal à 20 dB? Arrondir la fréquence à 10^7 Hz.

Exercice III. ***Vente de décodeurs TNT (4 points)***

Un magasin spécialisé dans l'audiovisuel prévoit une augmentation de ses ventes de décodeurs TNT de 10 % chaque année. Ce magasin a vendu 150 décodeurs la $1^{ère}$ année (on notera $U_1 = 150$).

De même

U_2 désigne le nombre prévu de décodeurs vendus la $2^{ème}$ année,
U_3 désigne le nombre prévu de décodeurs vendus la $3^{ème}$ année, etc…
U_n désigne le nombre prévu de décodeurs vendus la $n^{ième}$ année.

1) Calculer U_2, U_3, U_4.

2) U_1, U_2, U_3, ..., U_n ... sont les premiers termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q.
   2.a) Déterminer la valeur de q.
   2.b) Exprimer U_n en fonction de n.

3) L'objectif prévisionnel est maintenu.
   3.a) Calculer le nombre de décodeurs vendus la $10^{ème}$ année.
   3.b) Calculer le nombre total de décodeurs que le magasin aura vendus pendant 10 ans.

Exercice IV. ***Fabrication de composants électroniques (5 points).***

Dans une petite entreprise, la fabrication journalière de x composants électroniques d'un certain type impose un coût de fabrication, en euro, noté $f(x)$.

Ce composant étant revendu au prix unitaire de 7,5 euros. Le chiffre d'affaires, en euro, réalisé par l'entreprise, pour la vente de x composants est donc le nombre réel $g(x) = 7{,}5\,x$.

On admet que le bénéfice de l'entreprise est la différence entre le chiffre d'affaire $g(x)$ et le coût de fabrication $f(x)$.

Partie A – Etude graphique

En utilisant la courbe C_f représentative de la fonction f tracée en annexe 2,

1) Déterminer graphiquement, en laissant apparents les traits utiles à la lecture,
   1.a) le coût de fabrication pour une production journalière de 40 composants
   1.b) la production journalière correspondant à un coût de fabrication de 525 euros
2) Dans le même repère de l'annexe 2, tracer la droite d'équation $y = 7{,}5\,x$, en faisant au préalable un tableau de valeurs.
3) Déterminer graphiquement le nombre de composants devant être fabriqués pour que l'entreprise soit bénéficiaire (c'est-à-dire pour avoir un bénéfice positif).

Partie B – Etude analytique du bénéfice

On considère la fonction f définie sur [0 ; 100] par $f(x) = 0{,}0625x^2 + 1{,}25x + 100$.

Rappel : $f(x)$ représente le coût de fabrication
g(x) représente le chiffre d'affaire $g(x) = 7{,}5\,x$.

Le bénéfice est associé à la fonction $B(x) = g(x) - f(x)$

4) Montrer que l'expression du bénéfice peut s'écrire $B(x) = 56{,}25 - 0{,}0625(x - 50)^2$.
5) Résoudre l'inéquation : $-0{,}0625x^2 + 6{,}25x - 100 > 0$ sur l'intervalle [0 ; 100]. A quoi correspond la solution de cette inéquation ?
6) Quel est le nombre de composants que l'entreprise doit produire pour avoir un bénéfice maximal ? Donner la valeur du bénéfice maximal.

Nom et Prénom de l'élève :

ANNEXE 1 - A rendre avec la copie

EXERCICE I : Partie B

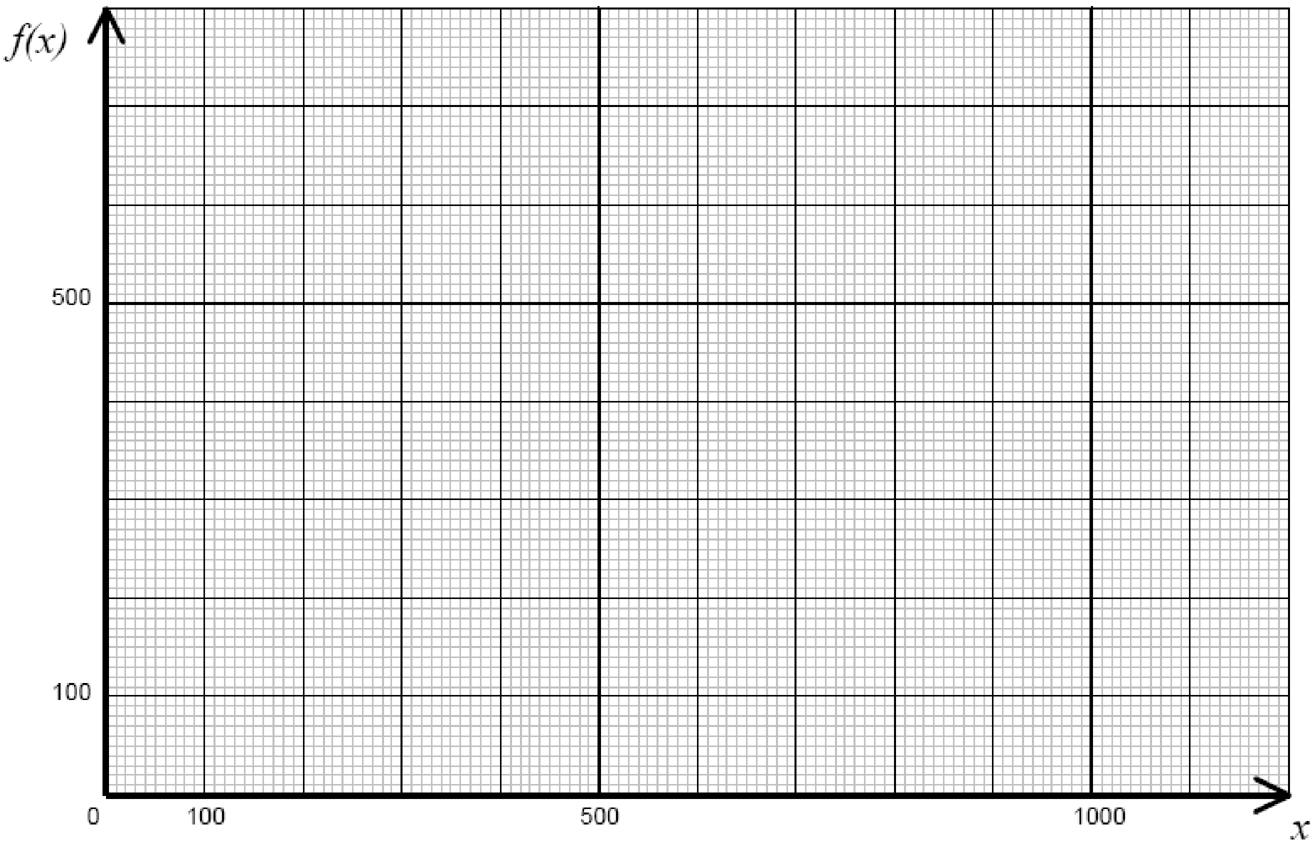
5) Tableau de variation de la fonction *f :*

x	150 1 000
Signe de f '(x)	
Variation de f	

6) Tableau de valeurs de la fonction *f*. Arrondir chaque valeur à la dizaine.

x	150	200	300	500	700	800	900	1 000
$f(x)$		670			150			

8) et 9) Représentation graphique de la fonction *f* .

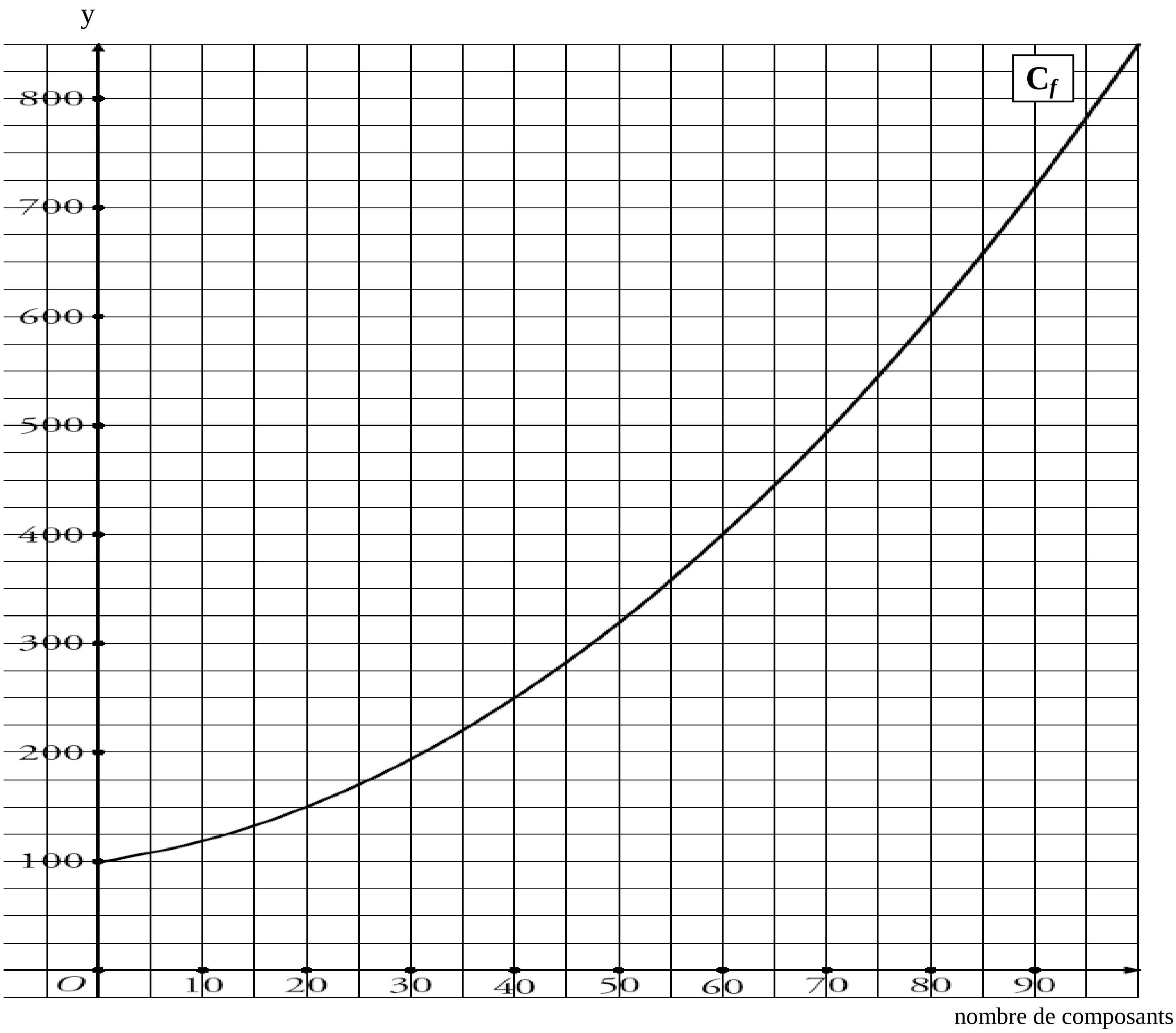


Nom et Prénom de l'élève :

<u>ANNEXE 2 - A rendre avec la copie</u>

<u>EXERCICE IV :</u> <u>*Fabrication de composants électroniques*</u>

Partie A – Étude graphique



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Métiers de l'électricité

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta<0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+...+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+...+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln a-\ln b$

$\ln(a^n)=n\ln a$

Equations différentielles

$y'-ay=0$ $\quad$ $y=k\,e^{ax}$

$y''+\omega^2 y=0$ $\quad$ $y=a\cos\omega x+b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a-1$

$\quad = 1-2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2=-1$)

forme algébrique	forme trigonométrique
$z=x+jy$	$z=\rho(\cos\theta+j\sin\theta)$
$\bar{z}=x-jy$	$\bar{z}=\rho(\cos\theta-j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$	$\rho=\lvert z\rvert$
	$\theta=\arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}'=xx'+yy'$

$\|\vec{v}\|=\sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v}\neq\vec{0}$ et $\vec{v}'\neq\vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}'=\|\vec{v}\|\times\|\vec{v}'\|\cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}'=0$ si et seulement si $\vec{v}\perp\vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ $\quad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_b^c f(t)\mathrm{d}t$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_a^b g(t)\mathrm{d}t$

* $\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t=k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$