

## ✧ OBJECTIF(S) ✧

- ◆ Calculer la somme des  $k$  premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.

## ✧ EXPLICITATION ✧

- ◆ Être capable à l'issue des travaux de :
  - calculer la somme des  $k$  premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique à l'aide du formulaire de Bac Pro.

## ✧ PRÉ-REQUIS ✧

- ◆ Savoir reconnaître la nature d'une suite.
- ◆ Connaître les notations utilisées pour les suites numériques.
- ◆ Savoir utiliser les formules de BEP relatives aux suites. (Voir : "Suites numériques" / BEP)
- ◆ Savoir arrondir un résultat.

## ✧ CONDITIONS ✧

- ◆ Utiliser la calculatrice et le formulaire si nécessaire.

## ✧ CRITÈRES DE RÉUSSITE ✧

- ◆ **Sept** sommes justes sur **dix** dans l'exercice 1.
- ◆ Somme juste dans l'exercice 2.1.
- ◆ Somme juste dans l'exercice 2.2.

## ✧ CONSEILS ✧

- ◆ Ce dossier vient en complément du dossier des suites en BEP.
- ◆ En utilisant la calculatrice, il faut faire attention à la place des parenthèses et aux puissances.

Les 24 élèves d'une classe de Bac Pro décident de participer à une collecte de pièces jaunes. Ils se partagent en deux groupes de 12 élèves chacun. Pour la collecte, chaque groupe détermine une règle :

Groupe A	Groupe B
Le 1 <sup>er</sup> élève de la liste donne 5 centimes d'euro	Le 1 <sup>er</sup> élève de la liste donne 5 centimes d'euro
Le 2 <sup>ème</sup> élève donne 15 centimes d'euro	Le 2 <sup>ème</sup> élève donne 10 centimes d'euro
Le 3 <sup>ème</sup> élève donne 25 centimes d'euro	Le 3 <sup>ème</sup> élève donne 20 centimes d'euro
etc....	etc....

Quel groupe collectera le plus d'argent ?

### 1. Calcul du montant $M_A$ collecté par le groupe A :

On note :  $u_1$  le montant versé par le premier élève  
 $u_2$  le montant versé par le deuxième élève  
 ...  
 $u_{12}$  le montant versé par le douzième élève

$$\begin{array}{cccc}
 u_1 = 5 & u_2 = 15 & u_3 = 25 & u_4 = 35 \\
 u_5 = 45 & u_6 = 55 & u_7 = 65 & u_8 = 75 \\
 u_9 = 85 & u_{10} = 95 & u_{11} = 105 & u_{12} = 115
 \end{array}$$

On reconnaît une suite **arithmétique** de raison  $r = 10$  et de premier terme  $u_1 = 5$ .

**Première méthode** : calcul de  $M_A$  en ajoutant tous les termes

$$M_A = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10} + u_{11} + u_{12}$$

$$M_A = 5 + 15 + 25 + \dots + 95 + 105 + 115$$

$$M_A = 720$$

soit un montant de **720** centimes d'euro ou **7,20 €**

👉 C'est un calcul long et répétitif !!!

**Deuxième méthode** : calcul de  $M_A$  en utilisant la formule

📖 Dans le formulaire, on trouve la formule permettant de calculer directement la **somme des k premiers termes d'une suite arithmétique** :

$$S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

$M_A$  correspond à la somme des 12 premiers termes, soit  $S_{12}$ .

On connaît  $u_1 = 5$        $r = 10$        $k = 12$

Il faut calculer le dernier terme  $u_{12}$  à l'aide de la formule :

$$u_n = u_1 + (n - 1)r$$

ce qui donne :

$$u_{12} = u_1 + (12 - 1)r$$

$$u_{12} = 5 + (12 - 1) \times 10 = 115$$

$$S_{12} = u_1 + u_2 + \dots + u_{12} = \frac{12 \times (5 + 115)}{2}$$

$$S_{12} = 720 \quad \text{soit } 7,20 \text{ €}$$

**2. Calcul du montant  $M_B$  collecté par le groupe B :**

On note :  $u_1$  le montant versé par le premier élève  
 $u_2$  le montant versé par le deuxième élève  
 ...  
 $u_{12}$  le montant versé par le douzième élève

$u_1 = 5$	$u_2 = 10$	$u_3 = 20$	$u_4 = 40$
$u_5 = 80$	$u_6 = 160$	$u_7 = 320$	$u_8 = 640$
$u_9 = 1\ 280$	$u_{10} = 2\ 160$	$u_{11} = 5\ 120$	$u_{12} = 10\ 240$

On reconnaît une suite **géométrique** de raison  $q = 2$  et de premier terme  $u_1 = 5$ .

**Première méthode :** Calcul de  $M_B$  en ajoutant tous les termes :

$$M_B = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10} + u_{11} + u_{12}$$

$$M_B = 5 + 10 + 20 + \dots + 2\ 160 + 5\ 120 + 10\ 240$$

$$M_B = 20\ 475$$

soit un montant de **20 475** centimes d'euro ou **204,75 €**

👉 C'est un calcul long et répétitif !!!

**Deuxième méthode :** calcul de  $M_B$  en utilisant la formule

📖 Dans le formulaire, on trouve la formule permettant de calculer directement la **somme des  $k$  premiers termes d'une suite géométrique** :

$$S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

$M_B$  correspond à la somme des 12 premiers termes, soit  $S_{12}$ .

$$u_1 = 5 \quad q = 2 \quad k = 12$$

$$S_{12} = u_1 + u_2 + \dots + u_{12} = 5 \times \frac{1 - 2^{12}}{1 - 2}$$

$$S_{12} = 20\ 475 \quad \text{soit } 204,75 \text{ €}$$

👉 Attention : En utilisant la calculatrice, il faut rajouter des parenthèses et taper :

$$5 \cdot (1 - 2^{12}) \div (1 - 2)$$

➤ Le groupe B a rassemblé une somme plus importante que le groupe A.

**Remarque :**

On constate aisément que, par exemple, pour un effectif de 300 élèves (tout le lycée), l'utilisation de la formule (2<sup>ème</sup> méthode) est plus efficace.

# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE D'ENTRAÎNEMENT    FICHE D'ENTRAÎNEMENT    FICHE D'ENTRAÎNEMENT

1. Calculer la somme  $S_k$  des k premiers termes pour chacune des suites suivantes :

Suite arithmétique					Suite géométrique			
$u_1$	$k$	$r$	$u_k$	$S_k$	$u_1$	$n$	$q$	$S_k$
5	20	7	.....	.....	5	6	7	.....
1	50	2	.....	.....	2 000	6	0,8	.....
4,725	8	- 102	.....	.....	500	10	1,05	.....
9,7	7	7,9	.....	.....	7,1	5	$\frac{1}{3}$	.....
- 21	150	1,8	.....	.....	- 1,8	4	3	.....

**2. Exercices :**

2.1. On donne les **11** premiers termes d'une suite **arithmétique** :

$u_1 = 101$	$u_2 = 111,01$	$u_3 = 1,210 2 \times 10^2$
$u_4 = 131,03$	$u_5 = 141,04$	$u_6 = 15 105 \times 10^{-2}$
$u_7 = 161,06$	$u_8 = 171,07$	$u_9 = \frac{4 527}{25}$
$u_{10} = 191,09$	$u_{11} = 201,1$	

Calculer la somme des 11 premiers termes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2. On donne les **5** premiers termes d'une suite **géométrique** de raison  $q = 20$  :

$u_1 = 3$	$u_2 = 60$	$u_3 = 1 200$
$u_4 = 24 000$	$u_5 = 480 000$	

2.2.1. Calculer la somme des 5 premiers termes **sans utiliser la formule du formulaire**.

.....

.....

.....

.....

# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE D'ENTRAÎNEMENT FICHE D'ENTRAÎNEMENT FICHE D'ENTRAÎNEMENT

.....  
2.2.2. Calculer la somme des 5 premiers termes **en utilisant le formulaire**.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2.3. Calculer :

2.3.1. la somme des 6 premiers termes d'une suite **géométrique** de premier terme 500 et de raison 0,5.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2.3.2. la somme des 28 premiers termes d'une suite **arithmétique** de premier terme 8,2 et de raison - 2,8.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2.3.3. la somme des 12 premiers termes d'une suite **géométrique** de premier terme 6 et de raison  $\frac{2}{3}$ .

Arrondir le résultat au centième.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....

**3.1. Problème :**

M. Lejeune désire réaliser l'arbre généalogique de sa famille en indiquant seulement les ascendants directs (le père et le mère de chaque individu).

Calculer le nombre de personnes présentes sur l'arbre si l'on remonte à la huitième génération.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**3.2. Problème :**

Pour reboiser le massif de l'Esterel, on décide de planter 2 000 arbres la 1<sup>ère</sup> année, 2 500 la 2<sup>e</sup> année, 3 000 la 3<sup>e</sup> année...

Calculer le nombre d'arbres plantés sur le massif après 15 années de reboisement.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1. Calculer la somme  $S_k$  des  $k$  premiers termes pour chacune des suites suivantes :

Suite arithmétique					Suite géométrique			
$u_1$	$k$	$r$	$u_k$	$S_k$	$u_1$	$n$	$q$	$S_k$
5	20	7	138	1 430	5	6	7	98 040
1	50	2	99	2 500	2 000	6	0,8	7 378,56
4,725	8	- 102	- 709,275	- 2 818,2	500	10	1,05	6 288,95
9,7	7	7,9	57,1	233,8	7,1	5	$\frac{1}{3}$	10,61
- 21	150	1,8	247,2	16 965	- 1,8	4	3	- 72

## 2. Exercices :

2.1. On donne les **11** premiers termes d'une suite **arithmétique** :

$$u_1 = 101$$

$$u_2 = 111,01$$

$$u_3 = 1,210\ 2 \times 10^2$$

$$u_4 = 131,03$$

$$u_5 = 141,04$$

$$u_6 = 15\ 105 \times 10^{-2}$$

$$u_7 = 161,06$$

$$u_8 = 171,07$$

$$u_9 = \frac{4\ 527}{25}$$

$$u_{10} = 191,09$$

$$u_{11} = 201,1$$

Calculer la somme des 11 premiers termes.

$$S_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

$$S_{11} = \frac{11(101 + 201,1)}{2}$$

$$S_{11} = 1\ 661,55$$

2.2. On donne les **5** premiers termes d'une suite **géométrique** de raison  $q = 20$  :

$$u_1 = 3$$

$$u_2 = 60$$

$$u_3 = 1\ 200$$

$$u_4 = 24\ 000$$

$$u_5 = 480\ 000$$

2.2.1. Calculer la somme des **5** premiers termes **sans utiliser la formule du formulaire**.

$$S_k = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$$

$$S_5 = 3 + 60 + 1\ 200 + 24\ 000 + 480\ 000$$

$$S_5 = 505\ 263$$

FICHE AUTO-CORRECTIVE FICHE AUTO-CORRECTIVE FICHE AUTO-CORRECTIVE

2.2.2. Calculer la somme des 5 premiers termes en utilisant le formulaire.

$$S_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

$$S_5 = 3 \times \frac{1 - 20^5}{1 - 20}$$

$$S_5 = 505\,263$$

2.3.1. la somme des 6 premiers termes d'une suite **géométrique** de premier terme **500** et de raison **0,5**.

$$u_1 = 500 \quad q = 0,5$$

$$S_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

$$S_6 = 500 \times \frac{1 - 0,5^6}{1 - 0,5}$$

$$S_6 = 984,375$$

2.3.2. la somme des 28 premiers termes d'une suite **arithmétique** de premier terme **8,2** et de raison **- 2,8**.

$$u_1 = 8,2$$

$$u_{28} = 8,2 + (28 - 1) \cdot (- 2,8)$$

$$u_{28} = - 67,4$$

$$S_{28} = \frac{28(8,2 + (-67,4))}{2}$$

$$S_{28} = - 828,8$$

2.3.3. la somme des 12 premiers termes d'une suite **géométrique** de premier terme **6** et de raison  $\frac{2}{3}$ .

Arrondir le résultat au centième.

$$u_1 = 6 \quad q = \frac{2}{3}$$

$$S_{12} = 6 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{12}}{1 - \frac{2}{3}}$$

$$S_{12} = 17,86$$



FICHE AUTO-CORRECTIVE FICHE AUTO-CORRECTIVE FICHE AUTO-CORRECTIVE

**3.1. Problème :**

M. Lejeune désire réaliser l'arbre généalogique de sa famille en indiquant seulement les ascendants directs (le père et la mère de chaque individu).

Calculer le nombre de personnes présentes sur l'arbre si l'on remonte à la huitième génération.

$$u_1 = 1 \quad k = 8 \quad q = 2$$

$$S_8 = 1 \cdot \frac{1-2^8}{1-2} = 255$$

**Il y aura 255 personnes sur l'arbre généalogique.**

**3.2. Problème :**

Pour reboiser le massif de l'Esterel, on décide de planter 2 000 arbres la 1<sup>ère</sup> année, 2 500 la 2<sup>e</sup> année, 3 000 la 3<sup>e</sup> année...

Calculer le nombre d'arbres plantés sur le massif après 15 années de reboisement.

$$U_{15} = 2\,000 + 14 \cdot 500$$

$$U_{15} = 9\,000$$

$$S_{15} = \frac{15(2\,000 + u_{15})}{2}$$

$$S_{15} = \frac{15(2\,000 + 9\,000)}{2}$$

$$S_{15} = 82\,500$$

Après 15 années de reboisement, **82 500** arbres seront replantés.