

# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE DE PRÉSENTATION

FICHE DE PRÉSENTATION

FICHE DE PRÉSENTATION

## ✧ OBJECTIF(S) ✧

- ◆ Reconnaître une suite arithmétique.
- ◆ Reconnaître une suite géométrique.
- ◆ Calculer un terme de rang donné  $n$ .

## ✧ EXPLICITATION ✧

- ◆ Être capable à l'issue des travaux de :
  - reconnaître que la suite **1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9** est une suite arithmétique de **cinq** termes, de **1<sup>er</sup>** terme **1** et de raison **2**.
  - reconnaître que la suite **10 ; 5 ; 2,5 ; 1,25 ; 0,625** est une suite géométrique de **cinq** termes, de **1<sup>er</sup>** terme **10** et de raison **0,5**.
  - calculer le **10<sup>e</sup>** terme des **deux** suites précédentes à l'aide des formules.

## ✧ PRÉ-REQUIS ✧

- ◆ Savoir calculer la valeur numérique d'une expression algébrique.

## ✧ CONDITIONS ✧

- ◆ Utiliser la calculatrice et le formulaire si nécessaire.
- ✎ Consulter la fiche auto-corrective après chaque exercice.

## ✧ CRITÈRES DE RÉUSSITE ✧

- ◆ Tableau totalement rempli dans les exercices **1** et **2**.
- ◆ Pas d'exigence pour les problèmes. La mise en évidence de la suite pourra être faite avec l'aide du professeur, la partie calcul doit être faite en autonomie.

## ✧ CONSEILS ✧

- ◆ Dans chaque problème, identifier et faire apparaître la nature de la suite, le **1<sup>er</sup>** terme, la raison, et le nombre de termes avant d'utiliser la formule.

# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE DE FORMATION

FICHE DE FORMATION

FICHE DE FORMATION

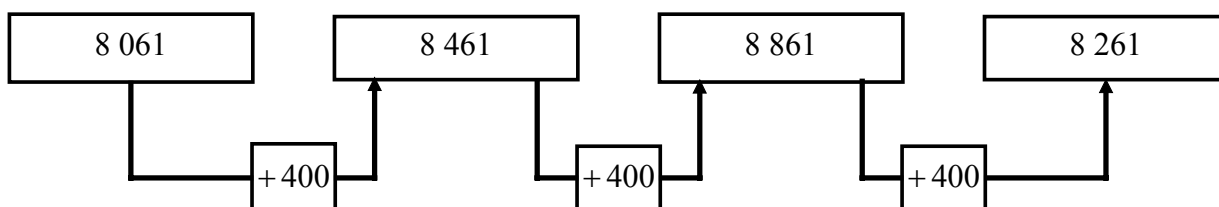
## ★ Introduction :

On a relevé la population de **deux** villes, Alphaville et Gammaville, de 1998 à 2001.

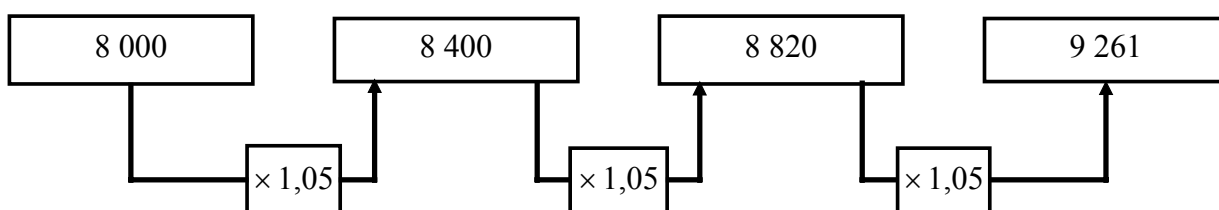
|            | Nombre d'habitants en |       |       |       |
|------------|-----------------------|-------|-------|-------|
|            | 1998                  | 1999  | 2000  | 2001  |
| Alphaville | 8 061                 | 8 461 | 8 861 | 9 261 |
| Gammaville | 8 000                 | 8 400 | 8 820 | 9 261 |

⇒ On constate que :

- La population d'Alphaville pour une année donnée est celle de l'année précédente à laquelle on a **ajouté 400**.



- La population de Gammaville pour une année donnée est celle de l'année précédente **multipliée par 1,05**.



⇒ On dit que :

☞ La suite des nombres **8 061 ; 8 461 ; 8 861 ; 9 261** est une **suite arithmétique** :

☞ de premier terme  $u_1 = 8\,061$

☞ de raison  $r = 400$ .

☞ La suite des nombres **8 000 ; 8 400 ; 8 820 ; 9 261** est une **suite géométrique** :

☞ de premier terme  $u_1 = 8\,000$

☞ de raison  $q = 1,05$ .

# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE DE FORMATION

FICHE DE FORMATION

FICHE DE FORMATION

♦ **Mode de calcul :**

On se propose de calculer le nombre d'habitants arrondi à l'unité des villes Alphaville et Gammaville en l'an 2005 si les conditions d'évolution restent les mêmes.

▪ Calcul :

| Alphaville  | Gammaville  |
|---|---|
| $u_n = u_1 + (n - 1) r$<br>L'année 1998 est l'année de rang $n = 1$<br>L'année 2005 est l'année de rang $n = 8$ .<br>$u_8 = 8\ 061 + 7 \times 400$<br>$u_8 = 10\ 861$ | $u_n = u_1 \times q^{n-1}$<br>L'année 1998 est l'année de rang $n = 1$<br>L'année 2005 est l'année de rang $n = 8$ .<br>$u_8 = 8\ 000 \times 1,05^7$<br>$u_8 = 11\ 257$ |
| La population d'Alphaville en l'an 2005 sera de <b>10 861 habitants.</b>  | La population de Gammaville en l'an 2005 sera de <b>11 257 habitants.</b>   |

▪ Vérification :

| Nombre d'habitants en |       |        |        |        |               |
|-----------------------|-------|--------|--------|--------|---------------|
|                       | 2001  | 2002   | 2003   | 2004   | 2005          |
| <b>Alphaville</b>     | 9 261 | 9 661  | 10 061 | 10 461 | <b>10 861</b> |
|                       |       | + 400  | + 400  | + 400  | + 400         |
| Nombre d'habitants en |       |        |        |        |               |
|                       | 2001  | 2002   | 2003   | 2004   | 2005          |
| <b>Gammaville</b>     | 9 261 | 9 724  | 10 210 | 10 721 | <b>11 257</b> |
|                       |       | × 1,05 | × 1,05 | × 1,05 | × 1,05        |



# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE D'ENTRAÎNEMENT    FICHE D'ENTRAÎNEMENT    FICHE D'ENTRAÎNEMENT

**1. Compléter** le tableau suivant :

- ☞ en cochant la case correspondant à la nature de la suite,
- ☞ en indiquant le premier terme de chaque suite,
- ☞ en indiquant la raison quand cela est possible.

| Suite de nombres                                | 1 <sup>er</sup><br>terme | Cocher           |                |                | Raison si<br>suite A ou G |
|---|--------------------------|------------------|----------------|----------------|---------------------------|
|   |                          | Suite<br>arithm. | Suite<br>géom. | Autre<br>suite |                           |
| 12 ; 22 ; 32 ; 42 ; 52                          | .....                    |                  |                |                | .....                     |
| 12 ; 24 ; 48 ; 96 ; 192                         | .....                    |                  |                |                | .....                     |
| 12 070 ; 13 110 ; 14 000 ; 14 410               | .....                    |                  |                |                | .....                     |
| 520 ; 400 ; 280 ; 160 ; 40 ; -80                | .....                    |                  |                |                | .....                     |
| 12 ; 21 ; 23 ; 32 ; 34 ; 43 ; 45 ; 54 ; 56 ; 65 | .....                    |                  |                |                | .....                     |
| 11 ; 12 ; 14 ; 17 ; 21 ; 26                     | .....                    |                  |                |                | .....                     |
| 45 ; 15 ; 5 ; $\frac{5}{3}$ ; $\frac{5}{9}$     | .....                    |                  |                |                | .....                     |
| 2 ; 10 ; 50 ; 200 ; 1 000                       | .....                    |                  |                |                | .....                     |

**2. Calculer  $U_n$  :**

| Suite arithmétique |     |      |       | Suite géométrique |     |     |       |
|--------------------|-----|------|-------|-------------------|-----|-----|-------|
| $U_1$              | $n$ | $r$  | $U_n$ | $U_1$             | $n$ | $q$ | $U_n$ |
| 2,8                | 4   | 1,2  | ..... | 3                 | 5   | 2   | ..... |
| 2,8                | 25  | 1,2  | ..... | 3                 | 20  | 2   | ..... |
| 2,8                | 20  | -0,5 | ..... | 524 288           | 20  | 0,5 | ..... |

**3.1. Problème :** Pour gagner un tournoi de tennis en simple, un joueur doit remporter tous ses matches. En 2001, le vainqueur du tournoi de Roland Garros, le brésilien Kuerten a remporté 7 matches. **Calculer** le nombre d'inscrits au tournoi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Réponse : .....

# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE D'ENTRAÎNEMENT

FICHE D'ENTRAÎNEMENT

FICHE D'ENTRAÎNEMENT

**3.2. Problème :** Au cours d'une séance d'EPS, le professeur place la barre à une hauteur de 85 cm. La barre est élevée, après chaque saut réussi, de 4 cm.

**3.2.1.** Un élève a réussi 5 sauts. **Calculer** la hauteur franchie.

.....  
.....  
.....  
.....

Réponse : .....

**3.2.2.** Si le recordman du monde avait participé à cette séance, il aurait dû effectuer 41 sauts pour égaliser son record. **Calculer** son record.

.....  
.....  
.....  
.....

Réponse : .....

**3.3. Problème :** Les 24 élèves d'une classe décident de participer à la collecte de pièces jaunes.

• Ils déterminent la règle suivante :

|  |  |  |  |  |  |     |
|--|--|--|--|--|--|-----|
| le 1 <sup>er</sup> de la liste<br>donne 5 centimes |  | le 2 <sup>e</sup> de la liste<br>donne 10 centimes |  | le 3 <sup>e</sup> de la liste<br>donne 20 centimes |  | ... |
|--|--|--|--|--|--|-----|

**Calculer** ce que devrait verser le 24<sup>e</sup> élève.

.....  
.....  
.....  
.....

Réponse : .....

• Un élève, dont le nom commence par Z, propose une autre règle :

|  |  |  |  |  |  |     |
|--|--|--|--|--|--|-----|
| le 1 <sup>er</sup> de la liste<br>donne 5 centimes |  | le 2 <sup>e</sup> de la liste<br>donne 10 centimes |  | le 3 <sup>e</sup> de la liste<br>donne 15 centimes |  | ... |
|--|--|--|--|--|--|-----|

**Calculer** ce que devrait alors verser le 24<sup>e</sup> élève.

.....  
.....  
.....  
.....

Réponse : .....

# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE AUTO-CORRECTIVE    FICHE AUTO-CORRECTIVE    FICHE AUTO-CORRECTIVE

**1. Compléter** le tableau suivant :

- ☞ en cochant la case correspondant à la nature de la suite,
- ☞ en indiquant le premier terme de chaque suite,
- ☞ en indiquant la raison quand cela est possible.

| Suite de nombres                                | 1 <sup>er</sup> terme | Cocher        |             |             | Raison si suite A ou G |
|---|-----------------------|---------------|-------------|-------------|------------------------|
|   |                       | Suite arithm. | Suite géom. | Autre suite |                        |
| 12 ; 22 ; 32 ; 42 ; 52                          | 12                    | ×             |             |             | 10                     |
| 12 ; 24 ; 48 ; 96 ; 192                         | 12                    |               | ×           |             | 2                      |
| 12 070 ; 13 110 ; 14 000 ; 14 410               | 12 070                |               |             | ×           |                        |
| 520 ; 400 ; 280 ; 160 ; 40 ; -80                | 520                   | ×             |             |             | -120                   |
| 12 ; 21 ; 23 ; 32 ; 34 ; 43 ; 45 ; 54 ; 56 ; 65 | 12                    |               |             | ×           |                        |
| 11 ; 12 ; 14 ; 17 ; 21 ; 26                     | 11                    |               |             | ×           |                        |
| 45 ; 15 ; 5 ; $\frac{5}{3}$ ; $\frac{5}{9}$     | 45                    |               | ×           |             | $\frac{1}{3}$          |
| 2 ; 10 ; 50 ; 200 ; 1 000                       | 2                     |               |             | ×           |                        |

**2. Calculer**  $U_n$  :

| Suite arithmétique |     |      |       | Suite géométrique |     |     |           |
|--------------------|-----|------|-------|-------------------|-----|-----|-----------|
| $U_1$              | $n$ | $r$  | $U_n$ | $U_1$             | $n$ | $q$ | $U_n$     |
| 2,8                | 4   | 1,2  | 6,4   | 3                 | 5   | 2   | 48        |
| 2,8                | 25  | 1,2  | 31,6  | 3                 | 20  | 2   | 1 572 864 |
| 2,8                | 20  | -0,5 | -6,7  | 524 288           | 20  | 0,5 | 1         |

**3.1. Problème :** Pour gagner un tournoi de tennis en simple, un joueur doit remporter tous ses matches. En 2001, le vainqueur du tournoi de Roland Garros, le brésilien Kuerten a remporté 7 matches. **Calculer** le nombre d'inscrits au tournoi.

|   |   |
|---|---|
| <p>7<sup>e</sup> match    <math>1 \times 2 = 2</math>    joueurs</p> <p>6<sup>e</sup> match    <math>2 \times 2 = 4</math>    joueurs</p> <p>5<sup>e</sup> match    <math>4 \times 2 = 8</math>    joueurs</p> <p>4<sup>e</sup> match    <math>8 \times 2 = 16</math>    joueurs</p> <p>3<sup>e</sup> match    <math>16 \times 2 = 32</math>    joueurs</p> <p>2<sup>e</sup> match    <math>32 \times 2 = 64</math>    joueurs</p> <p>1<sup>er</sup> match    <math>64 \times 2 = 128</math>    joueurs</p> | <p style="text-align: center;"><b>Suite géométrique</b></p> <p style="text-align: center;">Raison <math>q = 2</math></p> <p style="text-align: center;">1<sup>er</sup> terme <math>U_1 = 2</math></p> <p style="text-align: center;">On calcule le 7<sup>e</sup> terme <math>U_7</math></p> <p style="text-align: center;"><math>U_7 = 2 \times 2^{(7-1)}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>U_7 = 2 \times 2^6</math></p> <p style="text-align: center;"><math>U_7 = 128</math></p> |
|---|---|

Réponse : **Il y avait 128 inscrits au tournoi.**

# SUITES NUMÉRIQUES

FICHE AUTO-CORRECTIVE    FICHE AUTO-CORRECTIVE    FICHE AUTO-CORRECTIVE

**3.2. Problème :** Au cours d'une séance d'EPS, le professeur place la barre à une hauteur de 85 cm. La barre est élevée, après chaque saut réussi, de 4 cm.

**3.2.1.** Un élève a réussi 5 sauts. **Calculer** la hauteur franchie.

**Il s'agit d'une suite arithmétique dont le 1<sup>er</sup> terme est  $U_1 = 85$  et la raison  $r = 4$**

**On calcule :**  $U_5$                        $U_5 = 85 + (5 - 1) \times 4$                        $U_5 = 101$

Réponse :    **La hauteur franchie par l'élève est 101 centimètres.**

**3.2.2.** Si le recordman du monde avait participé à cette séance, il aurait dû effectuer 41 sauts pour égaliser son record. **Calculer** son record.

**On calcule :**  $U_{41}$                        $U_{41} = 85 + (41 - 1) \times 4$                        $U_{41} = 245$

Réponse :    **Le record est de 245 centimètres.**

**3.3. Problème :** Les 24 élèves d'une classe décident de participer à la collecte de pièces jaunes.

• Ils déterminent la règle suivante :

|  |  |  |     |
|--|--|--|-----|
| le 1 <sup>er</sup> de la liste<br>donne 5 centimes | le 2 <sup>e</sup> de la liste<br>donne 10 centimes | le 3 <sup>e</sup> de la liste<br>donne 20 centimes | ... |
|--|--|--|-----|

**Calculer** ce que devrait verser le 24<sup>e</sup> élève.

• Un élève, dont le nom commence par Z, propose une autre règle :

|  |  |  |     |
|--|--|--|-----|
| le 1 <sup>er</sup> de la liste<br>donne 5 centimes | le 2 <sup>e</sup> de la liste<br>donne 10 centimes | le 3 <sup>e</sup> de la liste<br>donne 15 centimes | ... |
|--|--|--|-----|

**Calculer** ce que devrait alors verser le 24<sup>e</sup> élève.

| Première proposition  | Deuxième proposition   |
|---|--|
| <b>Suite géométrique</b><br>1 <sup>er</sup> terme $U_1 = 5$ Raison $q = 2$<br>$U_{24} = 5 \times 2^{(24-1)}$<br>$U_{24} = 5 \times 2^{23}$<br>$U_{24} = 41\ 943\ 040$<br>Le 24 <sup>e</sup> élève devrait verser :<br><b><u>41 943 040 centimes</u> ( 419 430,40 € ) !!</b> | <b>Suite arithmétique</b><br>1 <sup>er</sup> terme $U_1 = 5$ Raison $r = 5$<br>$U_{24} = 5 + (24 - 1) \times 5$<br>$U_{24} = 5 + 23 \times 5$<br>$U_{24} = 120$<br>Le 24 <sup>e</sup> élève devrait verser :<br><b><u>120 centimes</u> (1,20 €) !!</b> |

① **Pour information :** Calculons pour chaque proposition la somme totale recueillie.

| Première proposition  | Deuxième proposition   |
|---|--|
| La somme est donnée par la formule :<br>$S_{24} = U_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$ $S_{24} = 5 \times \frac{24^n - 1}{24 - 1}$ $U_{24} = 83\ 886\ 075$ La classe aurait collecté <b><u>838 860,75 € !!</u></b> | La somme est donnée par la formule :<br>$S_{24} = \frac{(U_1 + U_n)n}{2}$ $S_{24} = \frac{(5 + 120)24}{2}$ $U_{24} = 1\ 500$ La classe aurait collecté <b><u>15 € !!</u></b> |