Exemples d'exercices de nature pédagogique pouvant être proposés lors de l'épreuve d'admissibilité de mathématiques au CAPLP externe Maths-Sciences.

Exemple 1

Voici une situation pouvant être utilisée en classe de seconde professionnelle lors d'une séance de formation ou d'évaluation.

Une entreprise de plasturgie fabrique par injection dans un moule des rivets en plastique. Ce moule permet de fabriquer 220 rivets à chaque injection. Le fournisseur du moule affirme que chaque rivet a 6% de risque d'être non conforme. Après avoir réalisé une injection, le chef d'atelier constate que 20 rivets sont défectueux. Ce constat remet-il en question l'affirmation du fournisseur du moule ?

Partie I

Dans cette partie on considère un tableur dont une liste de fonctions est donnée en **Annexe 1**.
Des extraits des programmes de seconde, première et terminale professionnelle et du référentiel de BEP sont donnés en **Annexe 2**.

1. Parmi les quatre formules suivantes qui pourraient être entrées dans une cellule du tableur, laquelle renvoie un nombre égal à 0 ou 1 avec les probabilités respectives 0,06 et 0,94 ? Justifier la réponse.

   =ENT(ALEA( )+0,06)
   =ALEA( )+0,94
   =ENT(ALEA( )+0,94)
   =ENT(0,06*ALEA( )+0,94)

2. Proposer une séquence de formation prenant appui sur la situation décrite dans l'encadré ci-dessus et permettant de répondre à la question qui y figure en utilisant une simulation informatique. Détailler notamment :

   - les capacités et connaissances du programme visées lors de cette séquence de formation ;
   - le rôle de l'enseignant et les tâches attendues de l'élève ;
   - les informations à fournir à l'élève concernant l'outil de simulation.

Partie II

Soit p un nombre rationnel appartenant à l'intervalle $]0\,;1[$ et soit n un nombre entier naturel non nul.
On considère une urne contenant deux sortes de boules, indiscernables au toucher, des rouges et des blanches, avec une proportion de boules blanches égale à p. On effectue n tirages au hasard et avec remise dans cette urne et on note X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches obtenues.

1. Préciser la loi de la variable aléatoire X. En donner l'espérance et l'écart type.
2. On note Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{1}{n}X$. Que représente Z ?

3. Justifier que la variable aléatoire Z a pour espérance p et pour écart-type $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$.

4. Dans cette question, on suppose que $n > 30$, $np > 5$ et $n(1-p) > 5$.

   a. Justifier que la variable aléatoire Z peut être approximée par une variable aléatoire Y qui suit une loi normale. Préciser les paramètres de cette loi normale.

   b. Soit T une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite. À l'aide de la table donnée en **Annexe 3**, déterminer la probabilité que T appartienne à l'intervalle $[-1{,}96\,;1{,}96]$.

   c. En déduire la probabilité de l'événement :

$$« \ p-1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq Y \leq p+1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \ ».$$

5. En utilisant le résultat précédent, répondre à la question posée dans l'encadré figurant au début de cet exercice.

Annexe 1

Généralités concernant le tableur :

La touche $\boxed{\textbf{F9}}$ permet de recalculer toutes les feuilles de calcul de tous les classeurs ouverts.

Les cellules sont référencées XN, X étant la référence de la colonne, N le numéro de la ligne : par exemple la cellule A3 se situe sur la 1^{re} colonne et sur la 3^{e} ligne.

Quelques fonctions du tableur :

ALEA( ) renvoie un nombre réel aléatoire distribué de manière uniforme, ce nombre aléatoire étant supérieur ou égal à 0 et strictement inférieur à 1.

COMBIN(nombre_éléments;nb_éléments_choisis) renvoie le nombre de combinaisons pour un nombre donné d'éléments.

ECARTYPE(nombre1;nombre2;...) évalue l'écart type d'une population en se basant sur un échantillon.

nombre1;nombre2;… représentent de 1 à 255 arguments numériques correspondant à un échantillon de population. On peut aussi utiliser une matrice ou une référence à une matrice plutôt que des arguments séparés par des points-virgules.

ENT(nombre) arrondit un nombre à l'entier immédiatement inférieur.

FACT(nombre) donne la factorielle d'un nombre.

MAX(nombre1;nombre2;...) renvoie le plus grand nombre de la série de valeurs.

MOYENNE(nombre1;nombre2;...) renvoie la moyenne (arithmétique) des arguments.

NB.SI(plage;critères) compte le nombre de cellules d’une plage qui répondent à un critère spécifique.

plage : représente un certain nombre de cellules à compter.

critères : nombre, expression, référence de cellule ou chaîne de texte qui détermine les cellules à compter. Par exemple, les critères peuvent être exprimés sous les formes suivantes :
21, "<21", D8, "cerises"

NBVAL(valeur1;valeur2;...) compte le nombre de cellules qui ne sont pas vides dans une plage.

SI(test_logique;valeur_si_vrai;valeur_si_faux) renvoie la valeur **valeur_si_vrai** si la condition **test_logique** est vraie et renvoie **valeur_si_faux** dans le cas contraire.

SOMME(nombre1;nombre2;...) additionne tous les nombres contenus dans une plage de cellules.

VAR(nombre1;nombre2;...) calcule la variance sur la base d'un échantillon.

Annexe 2

Extraits du programme de baccalauréat professionnel et du référentiel de BEP concernant les probabilités

Classe de seconde professionnelle

1.2 Fluctuations d'une fréquence selon les échantillons, probabilités
La notion de fluctuation d'échantillonnage, essentielle en statistique, est abordée dans cette partie du programme en étudiant la variabilité d'observation d'une fréquence. Elle favorise une expérimentation de l'aléatoire. L'objectif de ce module est de faire comprendre que le hasard suit des lois et de préciser l'approche par les fréquences de la notion de probabilité initiée en classe de troisième. Après une expérimentation physique pour une taille fixée des échantillons, la simulation à l'aide du générateur de nombres aléatoires d'une calculatrice ou d'un tableur permet d'augmenter la taille des échantillons et d'observer des résultats associés à la réalisation d'un très grand nombre d'expériences.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Expérimenter, d'abord à l'aide de pièces, de dés ou d'urnes, puis à l'aide d'une simulation informatique prête à l'emploi, la prise d'échantillons aléatoires de taille n fixée, extraits d'une population où la fréquence p relative à un caractère est connue. Déterminer l'étendue des fréquences de la série d'échantillons de taille n obtenus par expérience ou simulation.	Tirage au hasard et avec remise de n éléments dans une population où la fréquence p relative à un caractère est connue. Fluctuation d'une fréquence relative à un caractère, sur des échantillons de taille n fixée.	Toutes les informations concernant l'outil de simulation sont fournies.
Évaluer la probabilité d'un événement à partir des fréquences.	Stabilisation relative des fréquences vers la probabilité de l'événement quand n augmente.	La propriété de stabilisation relative des fréquences vers la probabilité est mise en évidence graphiquement à l'aide d'un outil de simulation**.**
Évaluer la probabilité d'un événement dans le cas d'une situation aléatoire simple. Faire preuve d'esprit critique.		

Classe de première professionnelle

1.2 Fluctuation d'une fréquence selon les échantillons, probabilités *(groupements* A, B *et* C*)*
L'objectif de ce module est de consolider et d'approfondir l'étude, initiée en seconde professionnelle, de la variabilité lors d'une prise d'échantillons, pour favoriser la prise de décision dans un contexte aléatoire. La consolidation des notions déjà acquises en seconde professionnelle se traite en prenant appui sur des exemples de situations concrètes, issues de la vie courante, du domaine professionnel ou de la liste des thématiques. L'utilisation des TIC est nécessaire.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Expérimenter, à l'aide d'une simulation informatique, la prise d'échantillons aléatoires de taille n fixée, extraits d'une population où la fréquence p relative à un caractère est connue.	Distribution d'échantillonnage d'une fréquence.	
Calculer la moyenne de la série des fréquences f_i des échantillons aléatoires de même taille n prélevés. Comparer la fréquence p de la population et la moyenne de la série des fréquences f_i des échantillons aléatoires de même taille n prélevés, lorsque p est connu.	Moyenne de la distribution d'échantillonnage d'une fréquence.	La population est suffisamment importante pour pouvoir assimiler les prélèvements à des tirages avec remise. La stabilisation vers p, lorsque la taille n des échantillons augmente, de la moyenne des fréquences est mise en évidence graphiquement à l'aide d'un outil de simulation. Distinguer, par leurs notations, la fréquence p de la population et les fréquences f_i des échantillons aléatoires.
Calculer le pourcentage des échantillons de taille n simulés, pour lesquels la fréquence relative au caractère étudié appartient à l'intervalle $[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$ et comparer à une probabilité de 0,95. Exercer un regard critique sur des données statistiques en s'appuyant sur la probabilité précédente.	Intervalle de fluctuation.	Se restreindre au cas où $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$: la connaissance de ces conditions n'est pas exigible. La formule de l'intervalle est donnée. La connaissance de la « variabilité naturelle » des fréquences d'échantillons (la probabilité qu'un échantillon aléatoire de taille n fournisse une fréquence dans l'intervalle $[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$ est supérieure à 0,95) permet de juger de la pertinence de certaines observations.

Classe de terminale professionnelle

1.2 Probabilités *(groupements* A, B *et* C*)*

L'objectif de ce module est d'entraîner les élèves à décrire quelques expériences aléatoires simples à mettre en oeuvre, et à calculer des probabilités. Tout développement théorique est exclu. La notion de probabilité est introduite en s'appuyant sur l'observation de la fluctuation d'échantillonnage d'une fréquence et sur la relative stabilité de cette fréquence lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois. Les études menées s'appuient sur des exemples simples issus du domaine technologique ou de la vie courante. Les capacités figurant au programme de première professionnelle, concernant la fluctuation d'échantillonnage, restent exigibles.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Passer du langage probabiliste au langage courant et réciproquement.	Expérience aléatoire, événement élémentaire, univers, événement. Réunion et intersection d'événements. Événements incompatibles, événements contraires.	Se limiter au cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. La connaissance des symboles $\cup$ (réunion), $\cap$ (intersection) et la notation $\overline{A}$ (événement contraire) est exigible.
Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'événements élémentaires. Reconnaître et réinvestir des situations de probabilités issues d'expériences aléatoires connues : tirages aléatoires avec ou sans remise, urnes. Calculer la probabilité d'un événement contraire $\overline{A}$. Calculer la probabilité de la réunion d'événements incompatibles. Utiliser la formule reliant la probabilité de $A \cup B$ et de $A \cap B$.	Probabilité d'un événement. Événements élémentaires équiprobables. Événements élémentaires non équiprobables.	Faire le lien avec les propriétés des fréquences. Les tirages simultanés sont exclus. Entraîner les élèves à utiliser à bon escient des représentations pertinentes (arbres, tableaux, diagrammes) pour organiser et dénombrer des données relatives à une expérience aléatoire. Ces représentations constituent une preuve. Toute utilisation de formules d'arrangement ou de combinaison est hors programme. La généralisation à des cas où les événements élémentaires ne sont pas équiprobables se fait à partir d'exemples simples. La notion d'indépendance est hors programme.

Référentiel de B.E.P

1.2 Fluctuations d'une fréquence selon les échantillons, probabilités

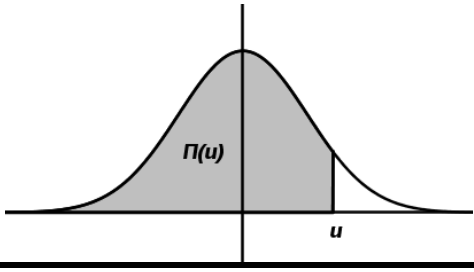
Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Expérimenter à l'aide d'une simulation informatique prête à l'emploi, la prise d'échantillons aléatoires de taille n fixée, extraits d'une population où la fréquence p relative à un caractère est connue.	Toutes les informations nécessaires sur l'outil de simulation sont fournies.
Déterminer l'étendue des fréquences de la série l'échantillon de taille n.	Les fréquences de la série peuvent être données, ou obtenues par simulation.
Calculer le pourcentage des échantillons de taille n simulés, pour lesquels la fréquence relative au caractère étudié appartient à l'intervalle $[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$ Comparer le pourcentage obtenu avec 95 %. Exercer un regard critique sur la situation étudiée.	Les nombres n et p vérifient $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$. La connaissance de ces conditions n'est pas exigible. La formule de l'intervalle est donnée.
Évaluer la probabilité d'un événement à partir des fréquences. Faire preuve d'esprit critique, face à une situation aléatoire.	La situation aléatoire étudiée est une situation simple.

Annexe 3

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité $f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$.

Extraits de la table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite N (0 ; 1) :

$$\Pi\left(u\right)=P\left(X\leq u\right)=\int_{-\infty}^{u}f\left(x\right)\mathrm{d}x$$



u	**0,00**	**0,01**	**0,02**	**0,03**	**0,04**	**0,05**	**0,06**	**0,07**	**0,08**	**0,09**
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,5239	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,5636	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,6026	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,6368	0,6406	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,6772	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,7123	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 1	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,7454	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,7764	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,8051	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,8315	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,8554	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,8770	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,8962	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,9131	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,9279	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,9406	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,9515	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,9608	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,9686	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,9750	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 8	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,9803	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,9846	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,9881	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,9909	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,9931	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,9948	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,9961	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,9971	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,9979	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,9985	0,998 5	0,998 6	0,998 6

Table pour les grandes valeurs de u :

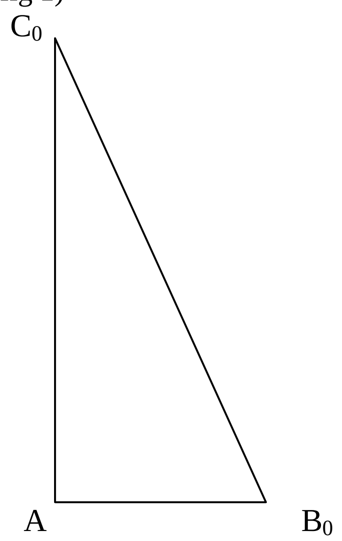
u	**3,0**	**3,1**	**3,2**	**3,3**	**3,4**	**3,5**	**3,6**	**3,8**	**4,0**	**4,5**
$\Pi(u)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Exemple 2

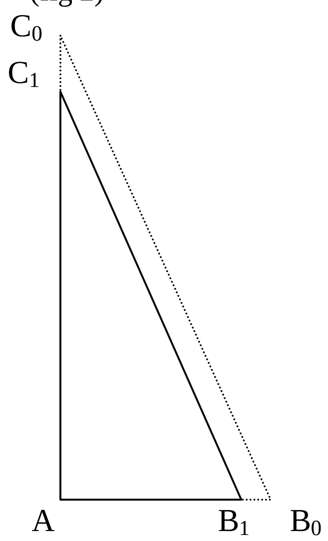
Un enseignant a traité les suites numériques avec sa classe de première professionnelle . Il propose à ses élèves un devoir dont l'énoncé figure dans l'encadré ci-dessous.

Un bateau possède une grand-voile qu'il est possible de réduire par enroulement autour de la bôme.

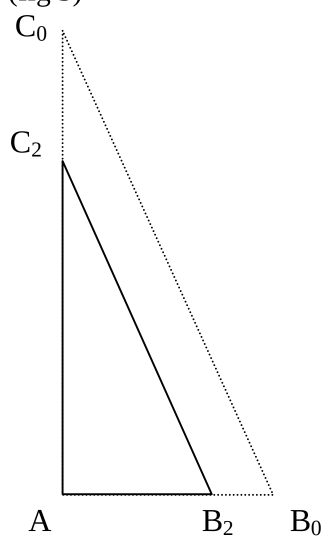
(fig 1)



(fig 2)



(fig 3)



$AB_0 = 6$ m
$AC_0 = 10$ m

$AC_1 = 9{,}2$ m

$AC_2 = 8{,}4$ m

La voile totalement déroulée est représentée par le triangle AB_0C_0 rectangle en A (fig 1).
Après un tour de bôme, la voile est représentée par le triangle rectangle AB_1C_1 (fig 2).
Après deux tours de bôme, la voile est représentée par le triangle rectangle AB_2C_2 (fig 3).

1- Calculer, en m^2, l'aire $\mathcal{A}_0$ de la surface de la grand-voile déroulée.
2- Sachant que les droites (B_1C_1) et (B_0C_0) sont parallèles (fig 2) :
   a) calculer AB_1 ;
   b) en déduire l'aire $\mathcal{A}_1$ de la surface de la voile après un tour de bôme.
3- Sachant que les droites (B_2C_2) et (B_0C_0) sont parallèles (fig 3) :
   a) calculer AB_2 ;
   b) en déduire l'aire $\mathcal{A}_2$ de la surface de la voile après deux tours de bôme.
4- On suppose pour toute la suite du problème, qu'à partir de la position grand-voile déroulée (fig 1), on effectue un nombre entier de tours de bôme ; on note n ce nombre. On négligera l'épaisseur de la voile enroulée.
   a) montrer que $n < 13$;
   b) on suppose que l'aire $\mathcal{A}_n$, en m^2, de la surface de la voile, après n tours de bôme, est donnée par : $\mathcal{A}_n = 0{,}192\, n^2 - 4{,}8\, n + 30$
   Vérifier cette relation pour $n = 0$, $n = 1$ et $n = 2$.
   c) Peut-on obtenir une aire de la surface de la voile exactement égale à 10 m^2 ? Justifier la réponse.
   Déterminer la valeur de n qui permet d'obtenir l'aire de la voile la plus proche de 10 m^2.

Trois objectifs sont visés par l'enseignant dans ce devoir :

- vérifier la maîtrise de certaines capacités ;
- vérifier l'aptitude de l'élève à analyser le problème posé et à proposer une solution cohérente ;
- étudier une situation concrète qui servira de support au cours suivant portant sur la résolution d'une équation du second degré à une inconnue à coefficients numériques fixés.

Questions destinées aux candidats du CAPLP

1. Rédiger un corrigé de ce devoir, en justifiant la formule donnée pour A_n et en précisant les capacités évaluées dans chacune des questions (en annexe 1 figurent les programmes de baccalauréat professionnel).

2. Les questions 4 a) et 4 c) ont posé des difficultés à certains élèves. En annexe 2 se trouvent des extraits de copies d'élèves.

   2.1. Analyse des réponses à la question 4 a)

   a) Lister les éventuelles erreurs qui figurent dans les extraits de copie.

   b) Déterminer les causes possibles de ces erreurs.

   2.2. Analyse des réponses à la question 4 c)

   c) Lister les éventuelles erreurs qui figurent dans les extraits de copie.

   d) Déterminer les causes possibles de ces erreurs.

3. Proposer une modification de l'énoncé permettant d'évaluer des capacités relatives aux suites numériques.

4. Pensez-vous que ce devoir corresponde bien au troisième objectif que s'est fixé l'enseignant ?

5. Proposer une modification de l'énoncé permettant de mettre en évidence la nécessité de savoir résoudre une équation du second degré à une inconnue à coefficients numériques fixés.

Annexe 1

Extraits de programmes de baccalauréat professionnel

Classe de seconde professionnelle

3. GÉOMÉTRIE

3.1 De la géométrie dans l'espace à la géométrie plane

Les objectifs de ce module sont de développer la vision dans l'espace à partir de quelques solides connus, d'extraire des figures planes connues de ces solides et de réactiver des propriétés de géométrie plane. Les capacités à développer s'appuient sur la connaissance des figures et des solides acquise au collège.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Représenter avec ou sans TIC un solide usuel. Lire et interpréter une représentation en perspective cavalière d'un solide usuel. Reconnaître, nommer des solides usuels inscrits dans d'autres solides.	Solides usuels : le cube, le parallélépipède rectangle, la pyramide, le cylindre droit, le cône de révolution, la sphère.	Choisir, dans le domaine professionnel ou de la vie courante, des solides constitués de solides usuels. L'intersection, le parallélisme et l'orthogonalité de plans et de droites sont présentés dans cette partie.
Isoler, reconnaître et construire en vraie grandeur une figure plane extraite d'un solide usuel à partir d'une représentation en perspective cavalière.	Figures planes usuelles : triangle, carré, rectangle, losange, cercle, disque.	La construction de la figure extraite ne nécessite aucun calcul. Utiliser de façon complémentaire l'outil informatique et le tracé d'une figure à main levée.
Construire et reproduire une figure plane à l'aide des instruments de construction usuels ou d'un logiciel de géométrie dynamique.	Figures planes considérées : triangle, carré, rectangle, losange, parallélogramme et cercle. Droites parallèles, droites perpendiculaires, droites particulières dans le triangle, tangentes à un cercle.	

3.2 Géométrie et nombres

Les objectifs de ce module sont d'appliquer quelques théorèmes et propriétés vus au collège et d'utiliser les formules d'aires et de volumes. Les théorèmes et formules de géométrie permettent d'utiliser les quotients, les racines carrées, les valeurs exactes, les valeurs arrondies en situation. Leur utilisation est justifiée par le calcul d'une longueur, d'une aire, d'un volume.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Utiliser les théorèmes et les formules pour : - calculer la longueur d'un segment, d'un cercle ; - calculer la mesure, en degré, d'un angle ; - calculer l'aire d'une surface ; - calculer le volume d'un solide ; - déterminer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes.	Somme des mesures, en degré, des angles d'un triangle. Formule donnant la longueur d'un cercle à partir de celle de son rayon. Le théorème de Pythagore. Le théorème de Thalès dans le triangle. Formule de l'aire d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle, d'un disque. Formule du volume d'un cube, d'un parallélépipède rectangle.	La connaissance des formules du volume d'une pyramide, d'un cône, d'un cylindre, d'une sphère n'est pas exigible. Les relations trigonométriques dans le triangle rectangle sont utilisées en situation si le secteur professionnel le justifie.

Classe de première professionnelle

2. ALGÈBRE – ANALYSE

2.1 Suites numériques 1 *(groupements* A, B *et* C*)*

L'objectif de ce module est d'entraîner les élèves à résoudre un problème concret dont la situation est modélisée par une suite numérique. On accorde ici une place importante aux séries chronologiques. En fin d'étude, la lecture critique de documents commentant la croissance de certains phénomènes est proposée.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Générer expérimentalement des suites numériques à l'aide d'un tableur.	Suites numériques : - notation indicielle ; - détermination de termes particuliers.	Un tableur permet d'explorer différentes suites numériques (arithmétiques, géométriques, autres).
Reconnaître une suite arithmétique, une suite géométrique par le calcul ou à l'aide d'un tableur. Reconnaître graphiquement une suite arithmétique à l'aide d'un grapheur. Réaliser une représentation graphique d'une suite (u_n) arithmétique ou géométrique.	Suites particulières : - définition d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique. $u_{n+1} = u_n + \mathrm{r}$ et la donnée du premier terme, $u_{n+1} = \mathrm{q} \times u_n$ (q > 0) et la donnée du premier terme.	La représentation graphique permet de s'intéresser au sens de variation d'une suite et à la comparaison de deux suites.

2.3 Du premier au second degré *(groupements* A, B *et* C*)*

L'objectif de ce module est d'étudier et d'exploiter des fonctions du second degré et de résoudre des équations du second degré pour traiter certains problèmes issus de la géométrie, d'autres disciplines, de la vie courante ou professionnelle.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Utiliser les TIC pour compléter un tableau de valeurs, représenter graphiquement, estimer le maximum ou le minimum d'une fonction polynôme du second degré et conjecturer son sens de variation sur un intervalle.	Expression algébrique, nature et allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}$ (a réel non nul, b et c réels) en fonction du signe de a.	
Résoudre algébriquement et graphiquement, avec ou sans TIC, une équation du second degré à une inconnue à coefficients numériques fixés. Déterminer le signe du polynôme $\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}$ (a réel non nul, b et c réels).	Résolution d'une équation du second degré à une inconnue à coefficients numériques fixés.	Dans les énoncés de problèmes ou d'exercices, les formules sont à choisir dans un formulaire spécifique donné en annexe. Former les élèves à la pratique d'une démarche de résolution de problèmes. La résolution de l'équation $\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c} = 0$ et la connaissance de l'allure de la courbe d'équation $y = \mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}$ permettent de conclure sur le signe du polynôme.

Annexe 2 Extraits de copies d'élèves.

Les extraits des copies sont, le plus possible, fidèles à la réalité. Les fautes d'orthographe ont été corrigées et quelques fautes de syntaxe éliminées pour une meilleure compréhension des solutions proposées.

Elève A.

4- a) A chaque tour de bôme, la voile se réduit.
Au 1er tour elle perd 0,8 m en hauteur (10 – 9,2). Au 2nd tour, elle perd aussi 0,8 m (9,2 – 8,4).
Au 1er tour elle perd 0,48 m sur la base (6 – 5,52). Au 2nd tour, elle perd aussi 0, 48 m (5,52 – 5,04).
On peut dire qu'à chaque tour de bôme, la voile perd 0,8 m en hauteur et 0,48 m sur la base.

	hauteur	base
3ème tour	8,4 – 0,8 = 7,6	5,04 – 0,48 = 4,56
4ème tour	7,6 – 0, 8 = 6,8	4,56 – 0,48 = 4,08
5ème tour	6,8 – 0,8 = 6	4,08 – 0,48 = 3,6
6ème tour	6 – 0,8 = 5,2	3,6 – 0,48 = 3,12
7ème tour	5,2 – 0,8 = 4,4	3,12 – 0,48 = 2,64
8ème tour	4,4 – 0,8 = 3,6	2,64 – 0,48 = 2,16
9ème tour	3,6 – 0,8 = 2,8	2,16 – 0,48 = 1,68
10ème tour	2,8 – 0,8 = 2	1,68 – 0,48 = 1,2
11ème tour	2 – 0,8 = 1,2	1,2 – 0,48 = 0,72
12ème tour	1,2 – 0,8 = 0,4	0,72 – 0,48 = 0,24

Au 13ème tour, il n'y a plus assez de tissu donc $n < 13$.

4- c)

	hauteur	Base	aire
3ème tour	7,6	4,56	17,33
4ème tour	6,8	4,08	13,87
5ème tour	6	3,6	10,8
6ème tour	5,2	3,12	8,11
7ème tour	4,4	2,64	5,80
8ème tour	3,6	2,16	3,88
9ème tour	2,8	1,68	
10ème tour	2	1,2	
11ème tour	1,2	0,72	
12ème tour	0,4	0,24	

J'en déduis que c'est au 5ème tour que l'aire est proche de 10 m^2 mais qu'on ne peut pas avoir une aire exactement égale à 10 m^2 avec un nombre entier de tours de bôme.

Elève B.

4- a) Entre chaque tour, il y a 0,8 :
10 – 9,2 = 0,8 9,2 – 8,4 = 0,8
Pour prouver que $n < 13$, il faut faire $0,8 \times 13 = 10,4$
10,4 étant supérieur à 10 on peut dire que $n < 13$.

4- c)
Pour prouver que $\mathcal{A}_n$ peut être égale à 10 m^2, il faut résoudre :

$10 = 0,192\, n^2 - 4,8\, n + 30$

$10 = n\,(0,192\, n - 4,8) + 30$

$10 - 30 = n\,(0,192\, n - 4,8)$

$-20 = n\,(0,192\, n - 4,8)$. Cette équation est impossible à résoudre.

Elève C.

4- a)
$\mathcal{A}(AB_1C_1) - \mathcal{A}(AB_2C_2) = 30 - 25{,}39 = 4{,}61\ m^2$
$\mathcal{A}(AB_2C_2) - \mathcal{A}(AB_1C_1) = 25{,}39 - 21{,}17 = 4{,}22\ m^2$
La variation n'est pas la même alors je ne sais pas faire.

4- c)
Pour prouver que $\mathcal{A}_n$ peut être égale à 10 m², il faut résoudre :

$10 = 0{,}192\, n^2 - 4{,}8\, n + 30$
$0 = 0{,}192\, n^2 - 4{,}8\, n + 20$
$\Delta = 4{,}8^2 - 4 \times 0{,}192 \times 20 = 7{,}68.$

Deux solutions :

$$n_1 = \frac{4{,}8 + \sqrt{7{,}68}}{2 \times 0{,}192} = 15{,}27 \quad \text{et} \quad n_2 = \frac{4{,}8 - \sqrt{7{,}68}}{2 \times 0{,}192} = 5{,}07$$

Elève D.

4- a)
A chaque tour, la hauteur diminue de 0,8 m. On peut écrire :
$10 - n \times 0{,}8 = 0$
$10 = n \times 0{,}8$
$n = \dfrac{10}{0{,}8} = 12{,}5$ donc $n < 13$.

4- c)
$0{,}192\, n^2 - 4{,}8\, n + 30 = 10$
$0{,}192\, n^2 - 4{,}8\, n + 20 = 0$

$\Delta = -4{,}8^2 - 4 \times 0{,}192 \times 20 = -38{,}4$ donc il n'y a pas de solution.

Elève E.

4- a)
Pas de réponse.

4- c)
Non, nous ne pouvons pas obtenir une aire égale à 10 m² pour la surface de la voile, car il faudrait que la voile de base soit un triangle isocèle, ce qui n'est pas le cas.
Pour calculer la valeur de n pour l'obtention de l'aire la plus proche de 10 m², je me sers de la formule suivante :

$$\mathcal{A}_n = \frac{b \times h}{2} = \frac{a^2}{2}$$

Je pars du principe que mon triangle rectangle est isocèle
donc $10 = \dfrac{a^2}{2}$
$a^2 = 20$
$a = \sqrt{20}$
La valeur me permettant d'obtenir 10 m² est $\sqrt{20}$ soit 4,47 m.