

**Fonction logarithme** : activité d'approche.

Le carbone, élément chimique présent dans tout organisme vivant, possède une masse atomique 12, c'est-à-dire qu'il y a 12 nucléons présents dans le noyau de l'atome.

Le carbone 14 est un isotope radioactif du carbone 12. Il possède le même nombre de protons (électrons) mais un nombre de neutrons différent. En mourant, l'organisme n'assimile plus de carbone 14.

Son pourcentage, de 100 % à la mort de l'organisme, diminue au cours du temps.

La datation au carbone 14 repose sur la comparaison du rapport entre les quantités de carbone 12 et de carbone 14 contenues dans un échantillon avec celui d'un échantillon standard de référence.

La formule, permettant de déterminer l'âge  $f(x)$ , en années, d'un reste d'être vivant, est donnée par :

$$f(x) = 8\,264 \times \ln \frac{100}{x}$$

où  $x$  est le taux de pourcentage de carbone 14 restant.

En 1866, au pied de la Roche, au lieu-dit le « Crot du Charnier », un jeune mâconnais, Adrien Arcelin, découvre des silex taillés, au cours d'une promenade.

A la suite de cette découverte, des ossements humains ont été trouvés et étudiés. Le pourcentage en carbone 14 était de 3 % pour les plus anciens.



**Problématique 1** : déterminer l'âge des ossements.

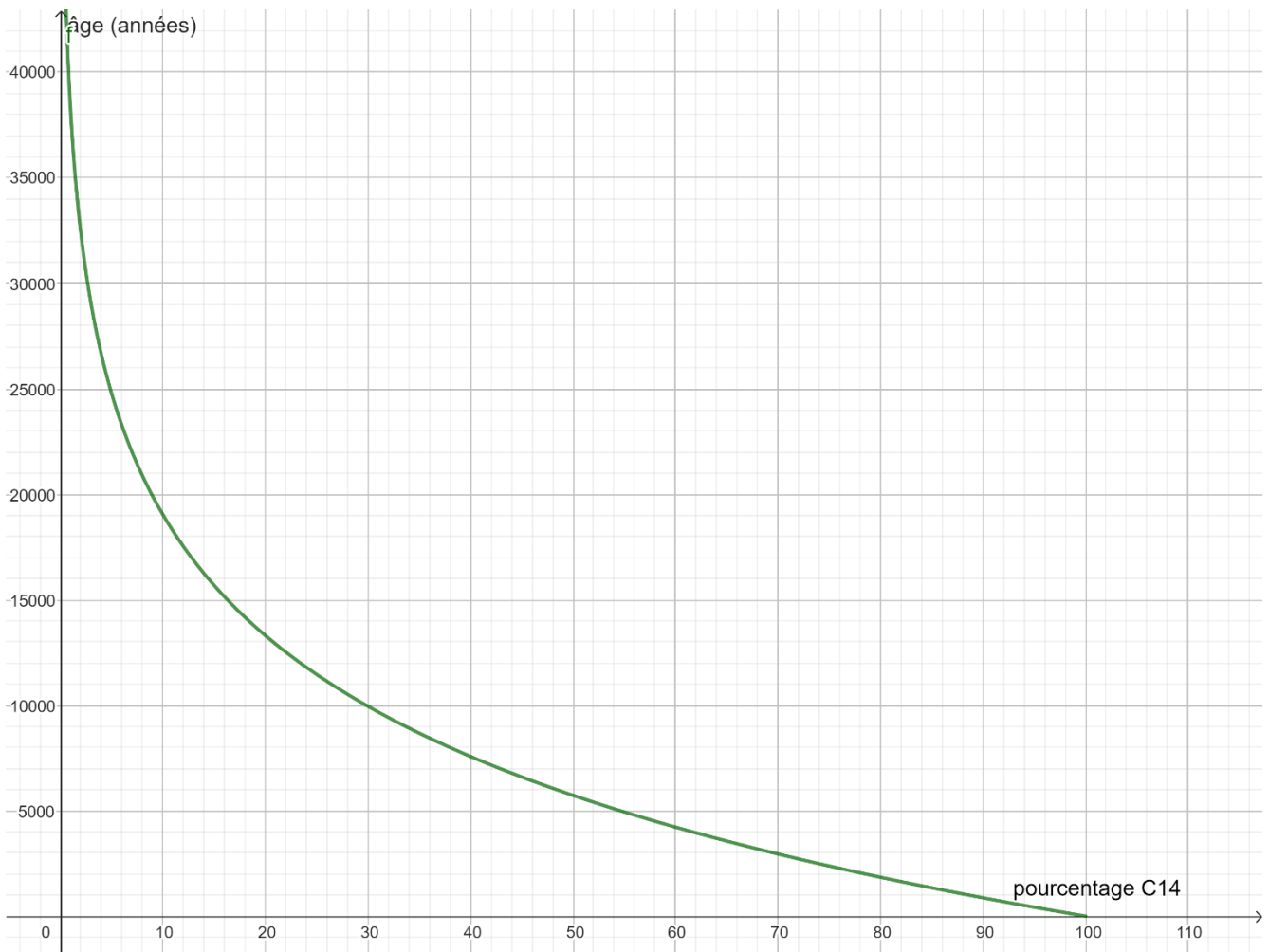
- 1) **Proposer** une méthode, en citant les outils mathématiques utilisés, permettant de répondre à la problématique.

.....

.....

.....

Soit la représentation graphique de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 100]$ .



Des restes datant de l'Aurignacien (–30 000 ans av J.-C.), du Gravettien (–22 000 ans av J.-C.) et du Magdalénien (–18 000 ans av J.-C.) ont été trouvés sur ce site.

2) **Déterminer**, en utilisant le graphique, une estimation des pourcentages en carbone 14 présents sur ces trois restes.

.....  
.....  
.....

3) **Tracer** la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 100]$  à l'aide de la calculatrice.

4) **Déterminer** la valeur exacte des pourcentages estimés dans la question 2).

.....  
.....  
.....

La technique de datation au carbone 14 ne peut pas être utilisée pour des restes supérieurs à 50 000 ans.

5) En utilisant la représentation graphique de la fonction, **expliquer** pourquoi les restes supérieurs à 50 000 ans ne peuvent pas être datés avec cette technique.

.....  
.....  
.....

6) **Conjecturer** la limite de la fonction  $f$  en 0.

.....  
.....

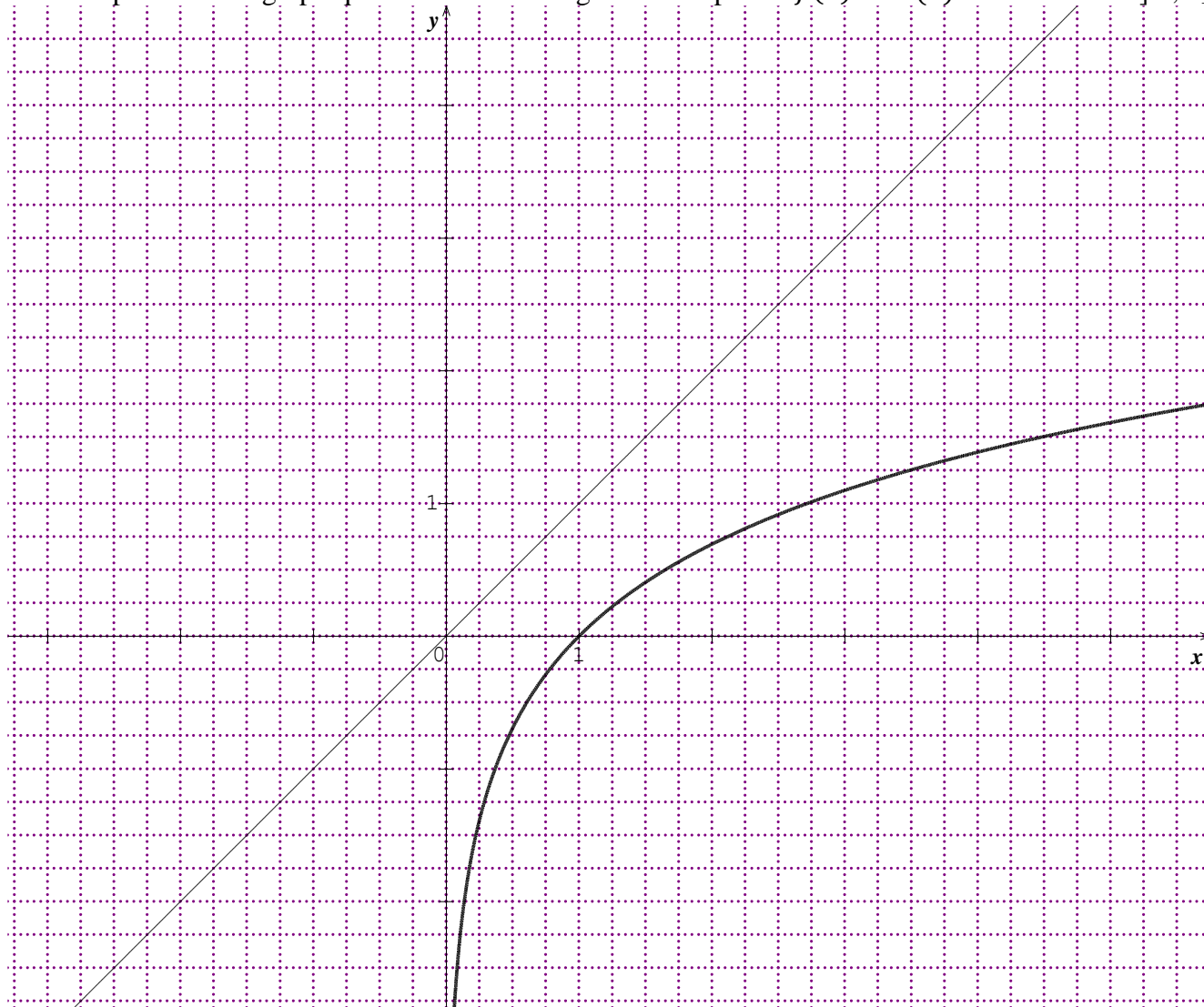
7) **Dresser** le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 100]$ .

$x$	
$f(x)$	

**Fonction exponentielle** : activité d'approche.

On souhaite résoudre algébriquement l'équation  $\ln(x) = 1$ .

Soit la représentation graphique de la fonction logarithme népérien  $f(x) = \ln(x)$  sur l'intervalle  $]0 ; 6]$ .



1) **Déterminer** graphiquement une solution à l'équation. On notera  $e$  ce nombre.

.....

.....

Sachant que :  $\ln(e^x) = x \ln(e)$  et que  $\ln(e) = 1$ , on en déduit que  $\ln(e^x) = x$ .

On définit  $e^x$  comme étant la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien  $\ln(x)$ .

La fonction réciproque d'une fonction  $f$  est définie comme étant la fonction symétrique par rapport à la droite d'équation  $y = x$  de la fonction  $f$ .

- 2) **Tracer**, sur le graphique ci-dessus, point par point, la courbe symétrique par rapport à la droite d'équation  $y = x$  de la fonction logarithme.
- 3) **Conjecturer** le tableau de variation de la fonction  $e^x$  à partir de celui de la fonction logarithme.

<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="width: 40%; text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="width: 50%; text-align: right;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>\ln(x)</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: right;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$0$	$+\infty$	$\ln(x)$	$-\infty$	$+\infty$	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="width: 90%;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>e^x</math></td> <td></td> </tr> </table>	$x$		$e^x$	
$x$	$0$	$+\infty$									
$\ln(x)$	$-\infty$	$+\infty$									
$x$											
$e^x$											