Résoudre chacun des problèmes suivants.

Problème 1
Marcel a un troupeau de 196 agneaux, un soir un loup attaque le troupeau et tues 12 agneaux.
Au petit matin Marcel compte ses agneaux, combien en a-t-il ?

……………………………………………………………………………………………………..

Vous venez de résoudre un problème faisant appel aux entiers naturels, un ensemble de nombre noté $\mathbb{N}$. (0,1,2,3,4………………..)
Ces nombres suffisent pour compter des objets par exemple.

Problème 2
Aurélie monte dans un ascenseur au 3eme étage. Elle demande à descendre de 5 étages. A quel étage arrive-t-elle ?

………………………………………………………………………………………………………

Ce problème ne peut se résoudre avec les entiers naturels, vous venez donc de résoudre un problème faisant appel aux entiers relatifs, un ensemble de nombre noté $\mathbb{Z}$. (…...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4………………..)
Pour différencier ses nombres des entiers naturels, on a inventé un signe. Le signe « moins » que l'on place devant le nombre.

Problème 3
Martine est au restaurant avec trois amies. Elle décide de payer l'addition de 150€. Combien lui devra chacune de ces amies ?

………………………………………………………………………………………………………..

Ce problème ne peut se résoudre avec les entiers relatifs, vous venez donc d'utiliser l'ensemble des nombres décimaux noté $\mathbb{D}$ (exemple : -1,2 ; -6,7 ; 5,3 ; 2,5 ……….)
Et pour différencier ces nombres, on a là aussi inventé un signe « la virgule ».

Problème 4 :
Benoît souhaite préparer 3 gâteaux. Il mélange 1000g de farine, 90g d'œufs, 210g de sucre et 600g de lait. Il souhaite répartir le plus précisément possible la pâte dans les 3 moules. Quelle masse de pâte devra-t-il mettre dans chacun des moules ?

……

Une fois de plus, ce problème ne peut se résoudre avec les ensembles de nombres vu précédemment. Vous avez du utiliser un nouvel ensemble, celui des nombres rationnels noté $\mathbb{Q}$ (Quotient). Ces nombres ne peuvent s'écrire que sous forme de fractions. (2/3 ; 4/3 ; -7/3 ; 1900/3…...)
Et une fois de plus, nous avons inventé une notation pour ces nombres, la barre de fraction.

Problème 5 :
Pierre possède un terrain clos de forme carré mesurant 1km de coté. Il souhaite en faire 2 terrains en dressant une clôture par la diagonale. Quelle sera la longueur exacte de cette clôture ?

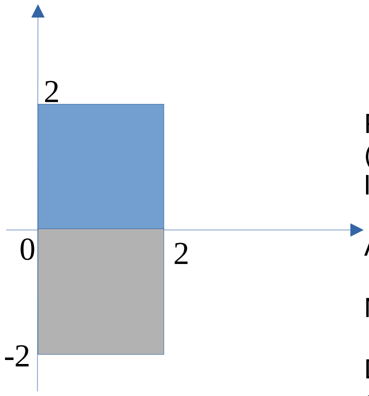
…….

Encore une fois, on ne peut résoudre ce calcul qu'avec un nouvel ensemble de nombre, ce sont les nombres réels, noté $\mathbb{R}$, il est impossible de les écrire sont forme de fraction, (ex : $\sqrt{5};\sqrt{3};\sqrt{2};\pi$ …….)
D'où l'invention de la notation de nombre avec racine carré, π et d'autres.

> Ainsi tout au long de l'histoire des mathématiques et selon l'évolution de nos besoins, l'Homme a du inventer de nouveaux nombres et de nouvelles notations permettant de trouver un langage commun afin de répondre au besoin de la vie courante et scientifique.

Un nouveau problème.

Voici une figure géométrique simple, 2 carrés représentés dans un repère.



Une aire un peu particulière….

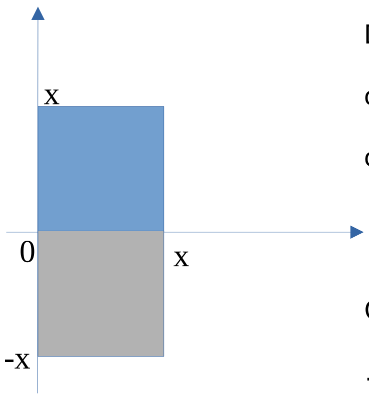
Pour la première fois nous n'allons pas calculer l'aire avec des distances (toujours positives) mais en prenant en compte des déplacements. Ainsi, le carré gris aura un de ses côtés négatifs (-2) .

Avec ce principe de mesure, quel est l'aire du carré bleu ? …………..

Même question pour le carré gris : ……………

D'une manière générale, avec ce principe de calcul, les figures géométriques se trouvant en dessous des abscisses auront toutes une aire négative et celle au dessus auront toutes une aire positive. Cela pourrait être utilisé pour positionner un objet dans l'espace par exemple.

Reprenons ce même principe de calcul mais cette fois, on posera x le côté du carré.



Donner l'aire des deux carrés en fonction de x :

carré bleu : …………………..

carré gris : …………………..

Calculer maintenant x pour que l'aire du carré bleu soit de 16.

……………………………………………………………………………

Faire de même pour le carré gris : ……………………………………………………………………….

Que remarquez-vous ? …………………………………………………………………………………….

Nous allons essayer de résoudre cette équation par une notation nouvelle.
Posons un nouveau nombre « i » ayant la particularité d'être égale à -1 lorsqu'il est élevé au carré. (i² = -1)

Nous étions resté bloqué à l'équation $x^2=-16$ c'est équivalent à $x^2=-1\times 16$
donc $x^2=i^2\times 16$ ce qui donne $x=\sqrt{(i^2\times 16)}$
nous venons de trouver une solution à notre équation : $x=4i$

Ce nombre est appelé nombre imaginaire pur. Il fait parti d'un nouvel ensemble de nombre que l'on appelle les nombres complexes noté ℂ. Ils sont utilisés pour faciliter les calculs, notamment en sciences physiques dans le domaine des phénomènes ondulatoires, en électricité, en électronique… Sans eux nous serions sans doute encore à l'ère du télégraphe dans nos communications.

Les nombres complexes un peu plus loin…..

Grâce à ce nouveau nombre, vous savez désormais résoudre les équations de type $x^2<0$

Reprenons un exemple en résolvant l'équation suivante : $x^2+4=0$ => $x^2=-4$ or $i^2=-1$ =>

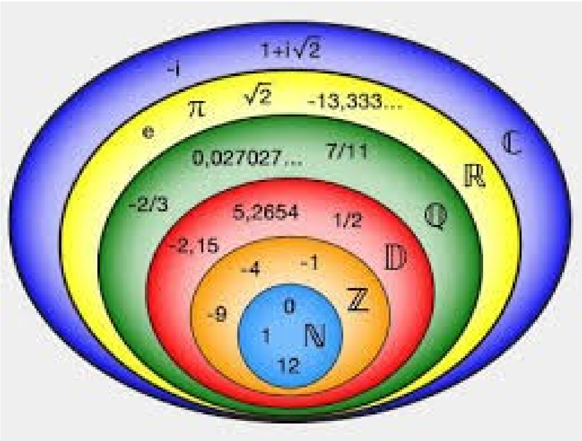
$x^2=i^2\times4$ => $x=\sqrt{i^2\times4}$ => $x=\sqrt{i^2}\times\sqrt{4}$ => x=2i

Cette équation ne possède pas de solution dans les nombres réels mais possède une solution dans les nombres complexes. A vrai dire, elle en possède une deuxième, mais nous verrons cela plus tard.

Tout les nombres complexes ont la forme $a+ib$ où *a* et *b* sont des réels. « *a* » est la partie réel du nombre et « *b* » la partie imaginaire du nombre.

Quelques nombres complexes : $2i$ $3+2i$ $5-4i$ $-7+4i$ $1+i$

Voici le nouveau schéma des ensembles de nombre que vous connaissez désormais.



Notation algébrique des nombres complexes.

Soit un nombre complexe $z=a+ib$ avec i un nombre imaginaire tel que $i^2=-1$.

on dit que $z=a+ib$ est la forme algébrique de z .

On note $R_e(z)$ la partie réelle et $I_m(z)$ la partie imaginaire du nombre complexe z .

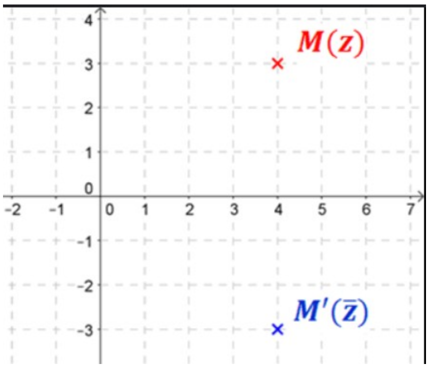
Autrement dit, $R_e(z)=a \text{ et } I_m(z)=b$.

Si $z=a+ib$, alors $a-ib$ est appelé conjugué du nombre z et se note $\bar{z}$.

exemple : si $z=3+2i$ alors $\bar{z}=3-2i$

Représentations graphiques d'un nombre complexe.

Soit $z=a+ib$ un nombre complexe et M un point de coordonnées (a ; b), on dit que z est l'affixe de M. Ainsi l'axe des abscisses représente la partie réelle et les ordonnées la partie imaginaire de z.



Le graphique ci-contre montre un point M d'affixe $z=4+3i$ et le point M' d'affixe $\bar{z}=4-3i$ conjugué de z.