LA FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE e

Dans l'activité sur le chiffre d'affaires d'un magasin, vue à l'occasion des statistiques à 2 variables, on avait obtenu la représentation nommée ………………………………………………………… (ci-dessous à gauche) en sélectionnant le modèle EXP qui était celui convenant le mieux car …………………………………………………………

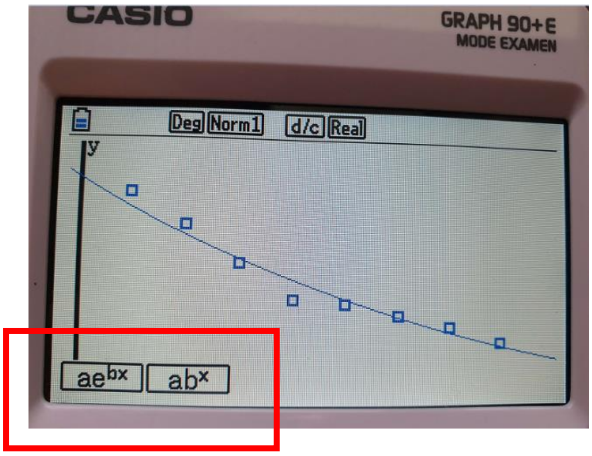
……

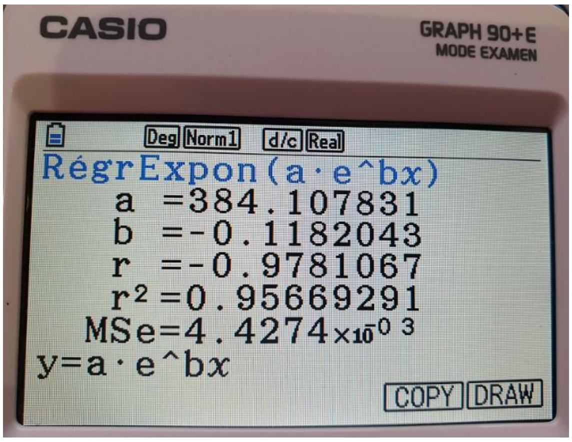
……

Entourer la sélection que l'on avait faite parmi les 2 proposées (cadre rouge). Pourquoi celle-ci ? Réponse évidente :

……

La capture d'écran à droite montre ce qu'on aurait obtenu si on avait fait l'autre sélection. L'objectif de ce cours est de comprendre cette notation de la fonction exponentielle dite de base e.





I - Propriétés opératoires de la fonction exponentielle de base e

La fonction exponentielle de base e est un cas particulier de fonction exponentielle de base q. La valeur de e est celle trouvée lors du cours sur la fonction logarithme népérien, sachant que :

$$e = e^1 \cong \text{……………………} \text{ (arrondi à } 10^{-5} \text{ près)}$$

Comme toute fonction exponentielle de base q notée $f(x) = e^x$:

- x peut prendre des valeurs sur $]-\infty; +\infty[$
- $e^x > 0$ (la courbe est toujours ……………………………… de l'axe (Ox))
- la fonction exponentielle de base e a les propriétés opératoires suivantes :

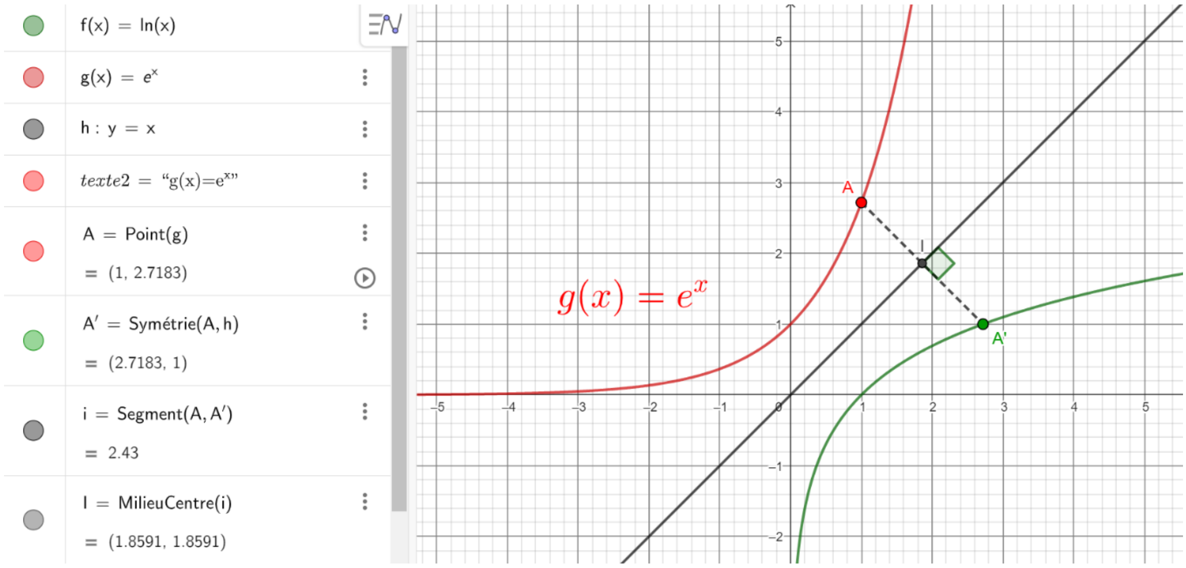
$$e^a \times e^b = \text{……………………} \quad ; \quad \frac{e^a}{e^b} = \text{……………………} \quad ; \quad (e^a)^b = \text{……………………}$$

<u>Applications immédiates</u> :

$e^{a+b} \times \frac{e^b}{e^a} =$ ……………………………………………………………………………………………

$\frac{e^{a+b}}{e^b} =$ ……………………………………………………………………………………………

II – Lien entre les fonctions $\ln(x)$ et e^x



Les représentations graphiques des fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e sont ……………………………………………… par rapport à la droite d'équation ………………… : ce sont des fonctions ………………………………………………

Exploitation graphique : $\begin{cases} \ln(1) = \cdots \\ e^0 = \cdots \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} \ln(2{,}7183) \cong \cdots \\ e^1 \cong \cdots \end{cases}$

<u>Conclusion</u> :

<table>
<tr><td colspan="2">Pour x un réel strictement positif (à cause de l'ensemble de définition de la fonction ……) et a un réel :
$\ln(x) = a \Leftrightarrow x = e^a$</td></tr>
<tr><td>Pour tout réel $x > 0$: $e^{\ln(x)} = x$</td><td>Pour tout réel x : $\ln(e^x) = x$</td></tr>
</table>

<u>Applications immédiates</u> :

1) Sans utiliser la calculatrice, donner les valeurs suivantes :

$e^{\ln(5)} =$ …………………… ; $e^{\ln(3^2)} =$ ……………………………… ; $4e^{\ln(2)} =$ ……………………………

$e^{\ln(3)+\ln(4)} =$ ………………………………… ; $e^{\ln(9)-\ln(3)} =$ …………………………………

2) Résoudre les équations suivantes :

$e^{2x} = 1$: ………

$e^x = -3$: ………

$e^{-4x} = 6$: ………

$2e^{-4x} = 6$: ………

III – Variations de la fonction exponentielle de base e

- la dérivée de la fonction $f(x) = e^x$ est la fonction $f'(x) = e^x$ (simple à retenir, non !)

  Remarque : la dérivée de la fonction $f(x) = e^{ax}$ est la fonction $f'(x) = ae^{ax}$ (déjà moins sympa mais elle n'est pas à connaître)

- Signe de e^x : ………………………… donc la dérivée est toujours ……………………………………………………………
- Tableau de variations :

$\boldsymbol{x}$	
Signe de $\boldsymbol{f'(x)}$	
$\boldsymbol{f}$	

IV – Pour revenir à notre activité sur le CA du magasin…

L'objectif de l'activité était de déterminer quand le chiffre d'affaires allait passer le seuil des 100 milliers d'euros, ce qui était très compromettant pour sa survie.

Résoudre le problème à l'aide des informations à disposition sur ce document.

………

………

………

………

………

………

………